

BAモデルおよびConfigurationモデル
で生成したネットワークのUncorrelated性について

日本大学文理学部情報システム解析学科

谷聖一研究室

飯田佳徳 丸山隆太

目次

1. 複雑ネットワーク
2. 背景・目的
 - 2.1 ネットワーク上での情報伝搬に関する論文の主張
 - 2.2 本演習で用いた伝搬モデル
 - 2.3 Uncorrelated性とは
 - 2.4 本演習の目的
3. 修正Configurationモデル
4. 実験方法
 - 4.1 計算機実験の方法
 - 4.2 特徴量について
5. 結果
6. 終わりに

1. 複雑ネットワーク

1. 複雑ネットワーク

演習対象

複雑ネットワーク

1. 複雑ネットワーク

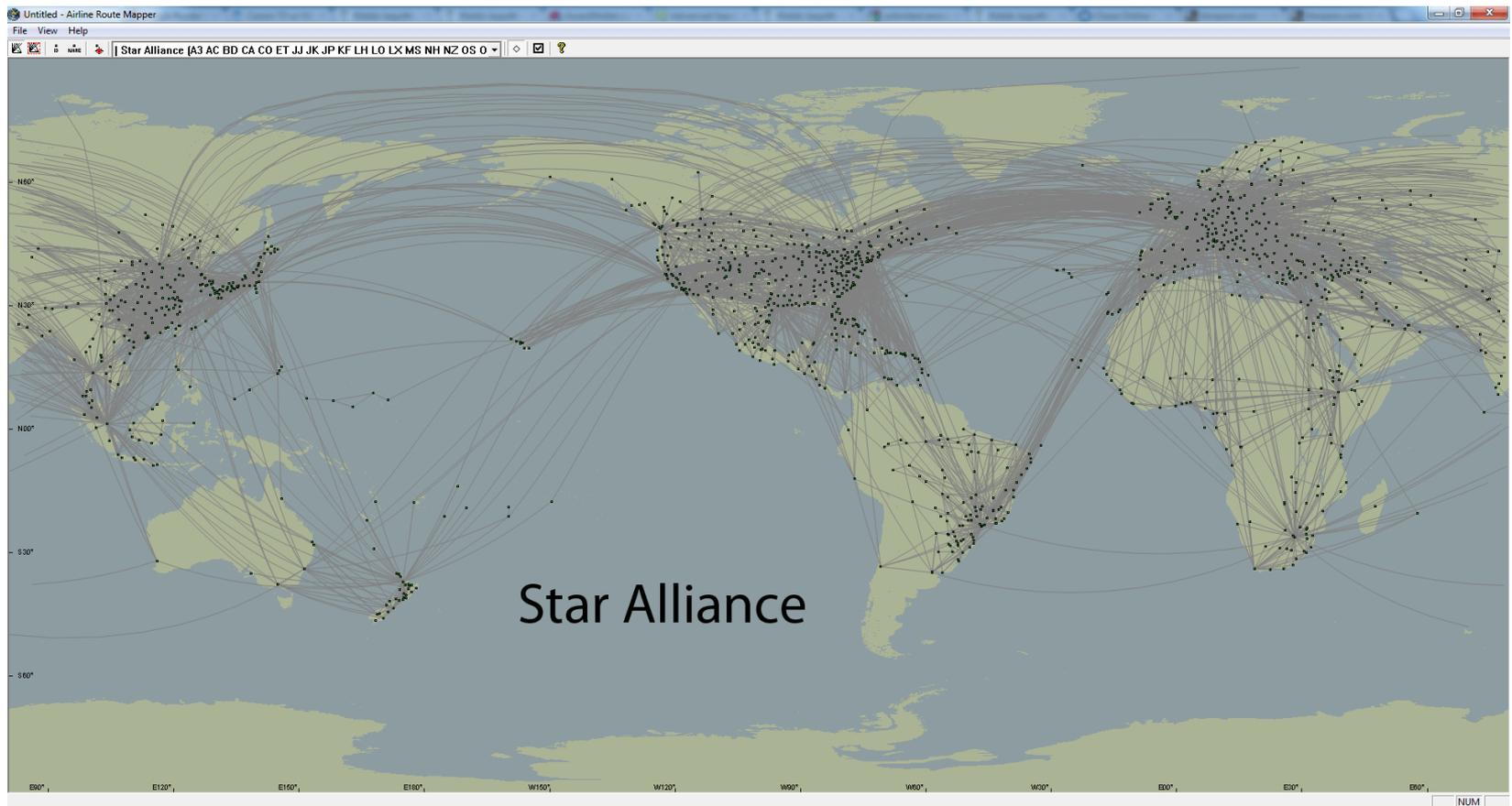
(例) ワンワールド・アライアンスネットワーク



出典: JAL HP , https://www.jal.co.jp/oneworld/global_network.html

1. 複雑ネットワーク

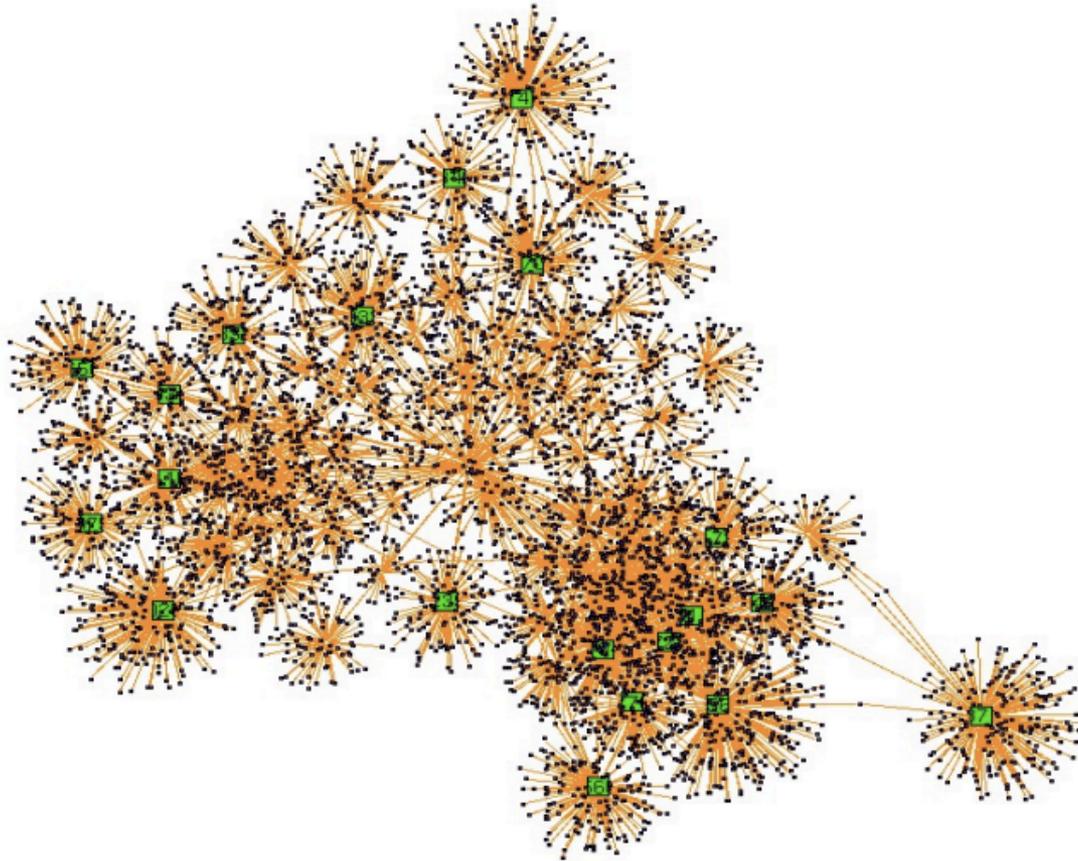
(例) 三大アライアンスのグローバルネットワーク



<http://pointsmilesandmartinis.boardingarea.com/2012/05/guest-post-staralliance-cements-route-dominance-with-eva-airways/>

1. 複雑ネットワーク

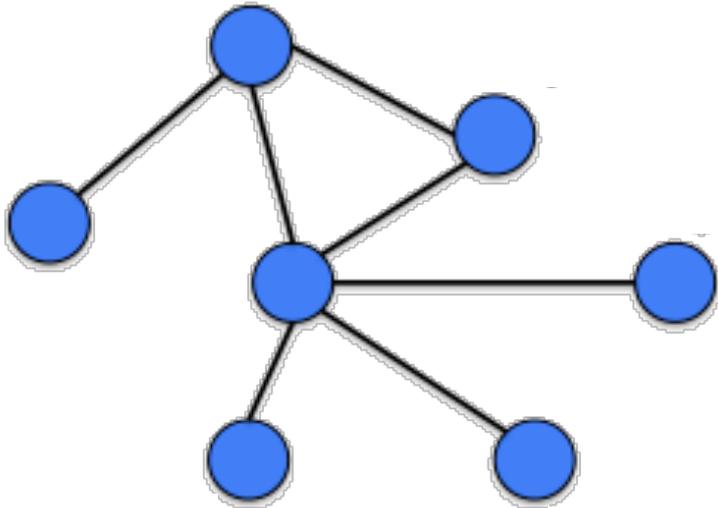
(例) 約10年前のとあるSNSの友人関係



http://www.tani.cs.chs.nihon-u.ac.jp/g-2007/kaname/graduation_presentation.pdf

1. 複雑ネットワーク

- ネットワークとは?
 - 頂点と枝から構成され、つながりを表すもの



例

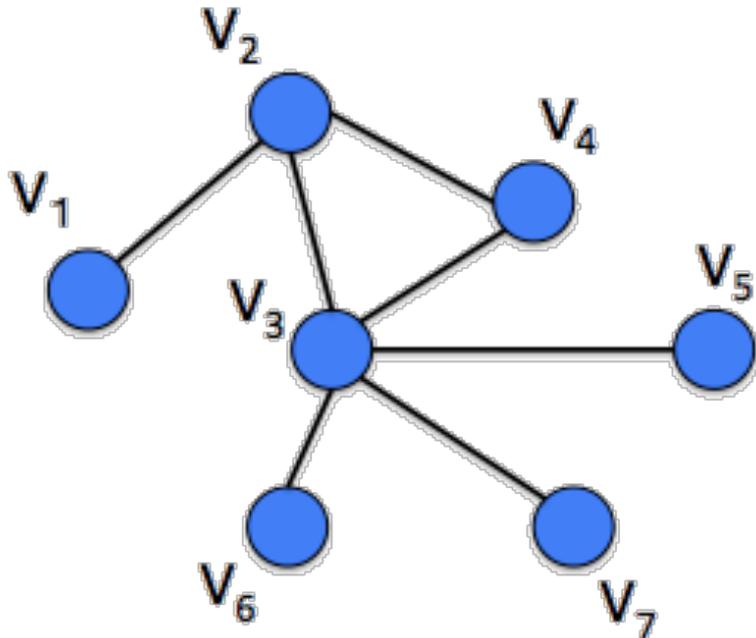
人間関係
交通網
食物網
インターネット
WWW

など

1. 複雑ネットワーク

- ネットワークとは？

- 頂点と枝から構成され、つながりを表すもの



定義

$$G = (V, E)$$

N : 頂点数, M : 全枝数

頂点の集合: $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_N\}$

枝の集合: $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_M\}$

枝の表し方 $e_i = \{(v_a, v_b)\}$

次数: 頂点から出る枝の本数

1. 複雑ネットワーク

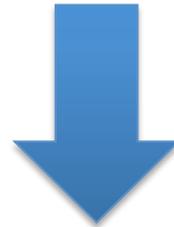
世の中の様々なものが
ネットワークとしてモデル化することができる



数理的解析が可能

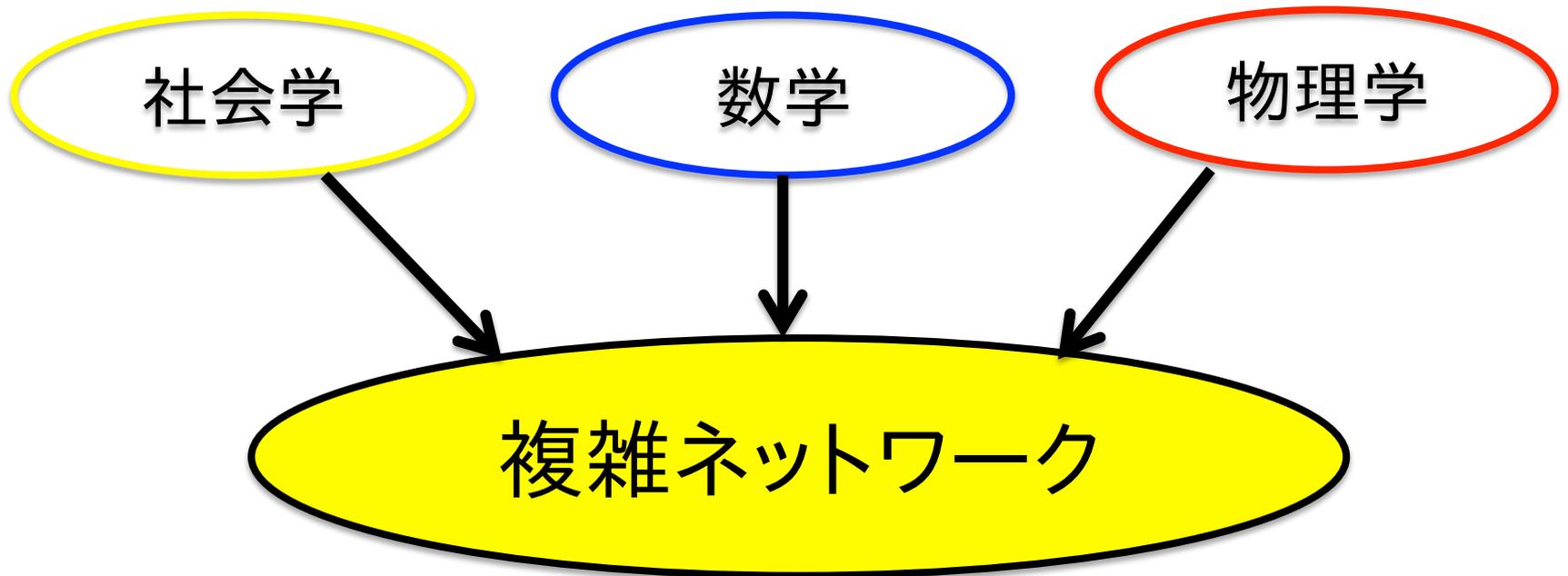
1. 複雑ネットワーク

現実のネットワークは非常に複雑
それを研究する学問領域がある



複雑ネットワーク

1. 複雑ネットワーク

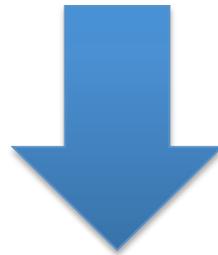


本演習

抽象化されたネットワークを数理的に解析

1. 複雑ネットワーク

複雑ネットワークに見られる普遍的な性質



スケールフリー性
スモールワールド性

1. 複雑ネットワーク

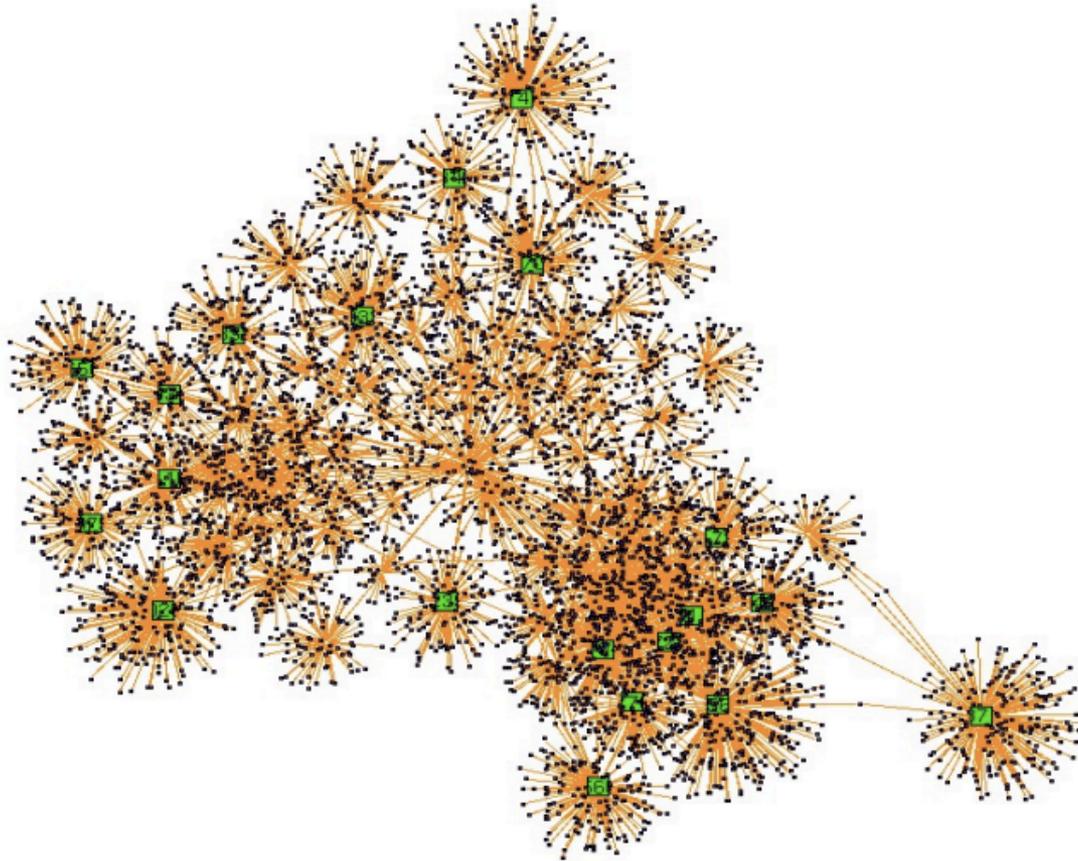
(例) ワンワールド・グローバルネットワーク



出典: JAL HP , https://www.jal.co.jp/oneworld/global_network.html

1. 複雑ネットワーク

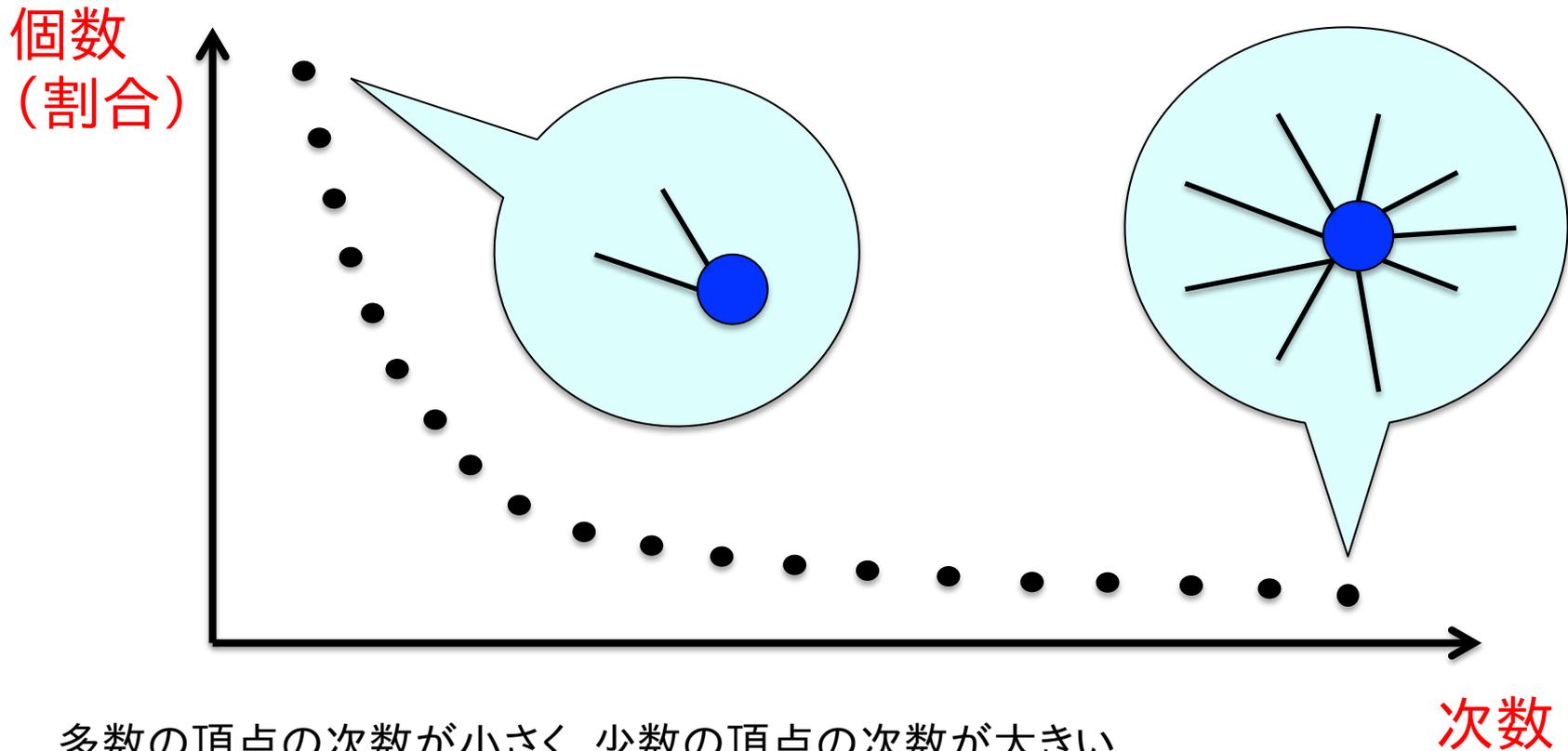
(例) 約10年前のとあるSNSの友人関係



http://www.tani.cs.chs.nihon-u.ac.jp/g-2007/kaname/graduation_presentation.pdf

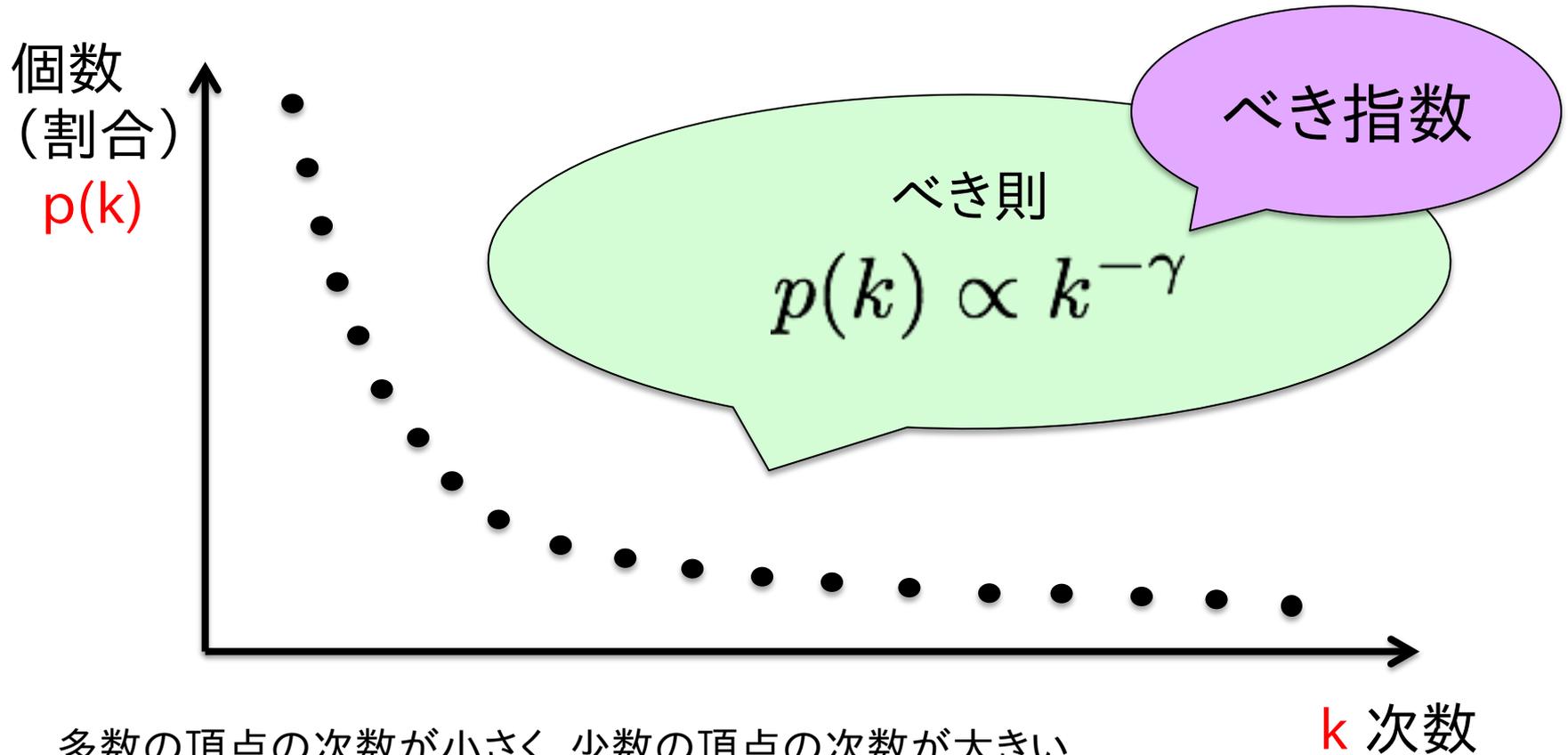
1. 複雑ネットワーク

- スケールフリーネットワーク



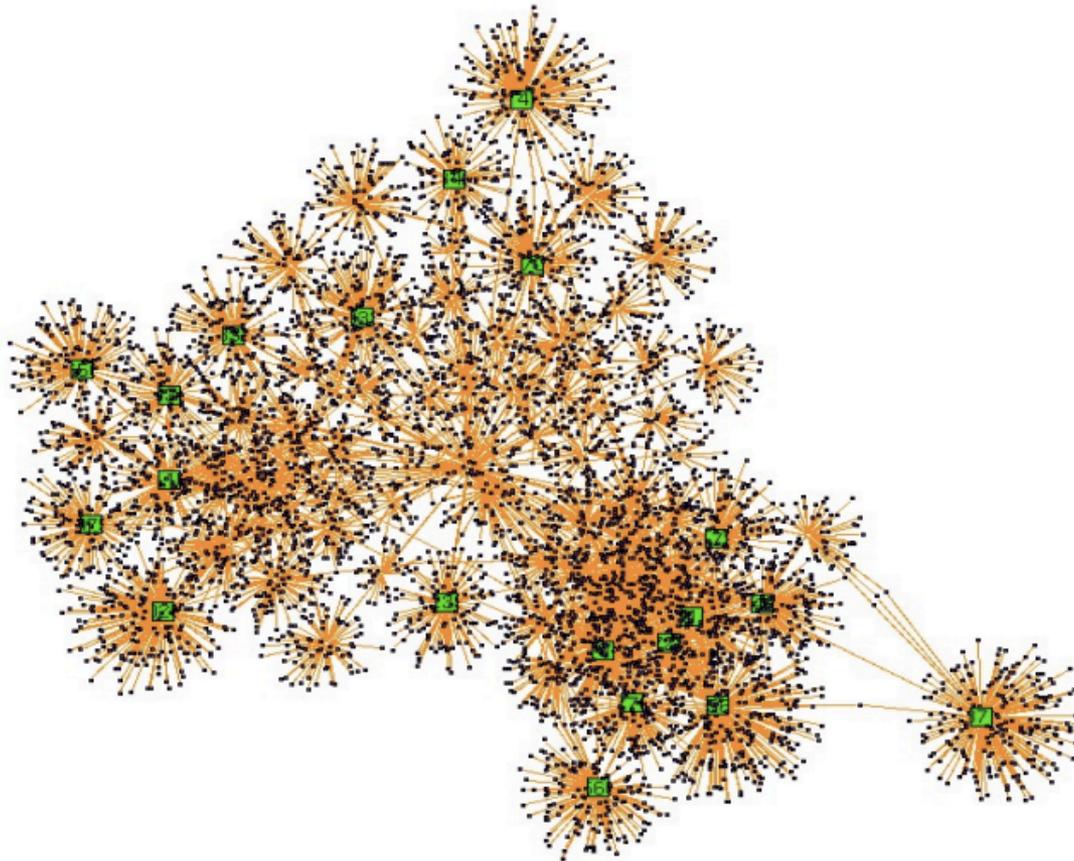
1. 複雑ネットワーク

- スケールフリーネットワーク



1. 複雑ネットワーク

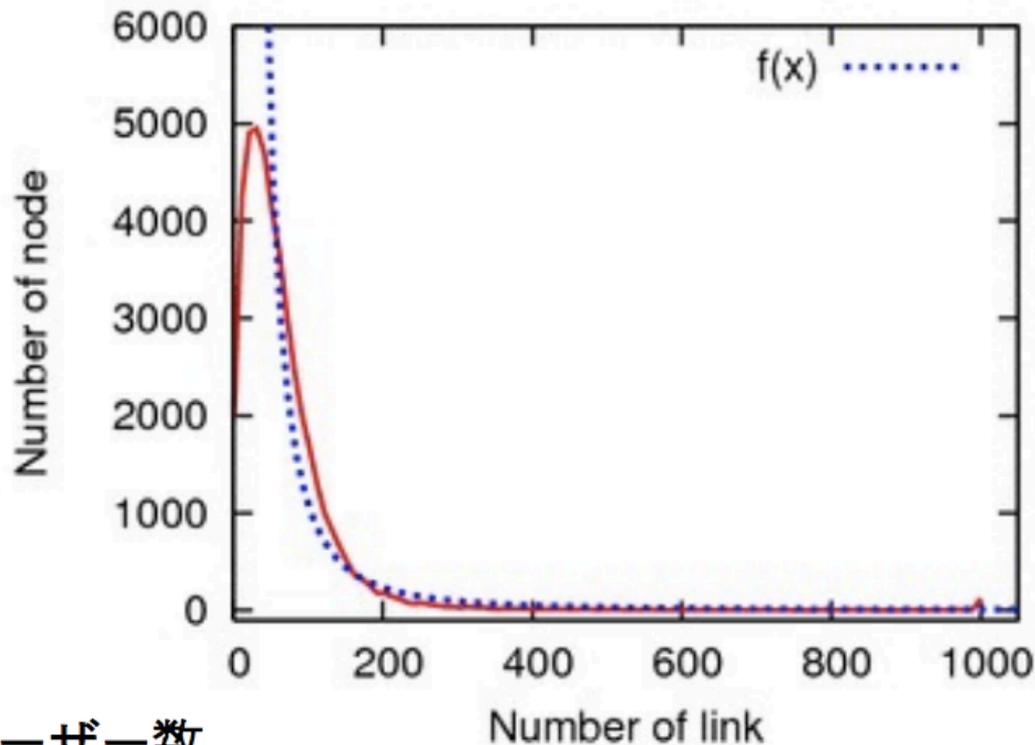
(例) 10年前のとあるSNSの友人関係



http://www.tani.cs.chs.nihon-u.ac.jp/g-2007/kaname/graduation_presentation.pdf

1. 複雑ネットワーク

(例) 10年前のとあるSNSの友人関係の次数分布



ユーザー数
441390

http://www.tani.cs.chs.nihon-u.ac.jp/g-2007/kaname/graduation_presentation.pdf

1. 複雑ネットワーク

(例) 10年前のとあるSNSの友人関係の度数分布



全てスケールフリーネットワーク!!

ユーザー数
441390

http://www.tani.cs.chs.nihon-u.ac.jp/g-2007/kaname/graduation_presentation.pdf

目次

1. 複雑ネットワーク
2. 背景・目的
 - 2.1 ネットワーク上での情報伝搬に関する論文の主張
 - 2.2 本演習で用いた伝搬モデル
 - 2.3 Uncorrelated性とは
 - 2.4 本演習の目的
3. 修正Configurationモデル
4. 実験方法
 - 4.1 計算機実験の方法
 - 4.2 特徴量について
5. 結果
6. 終わりに

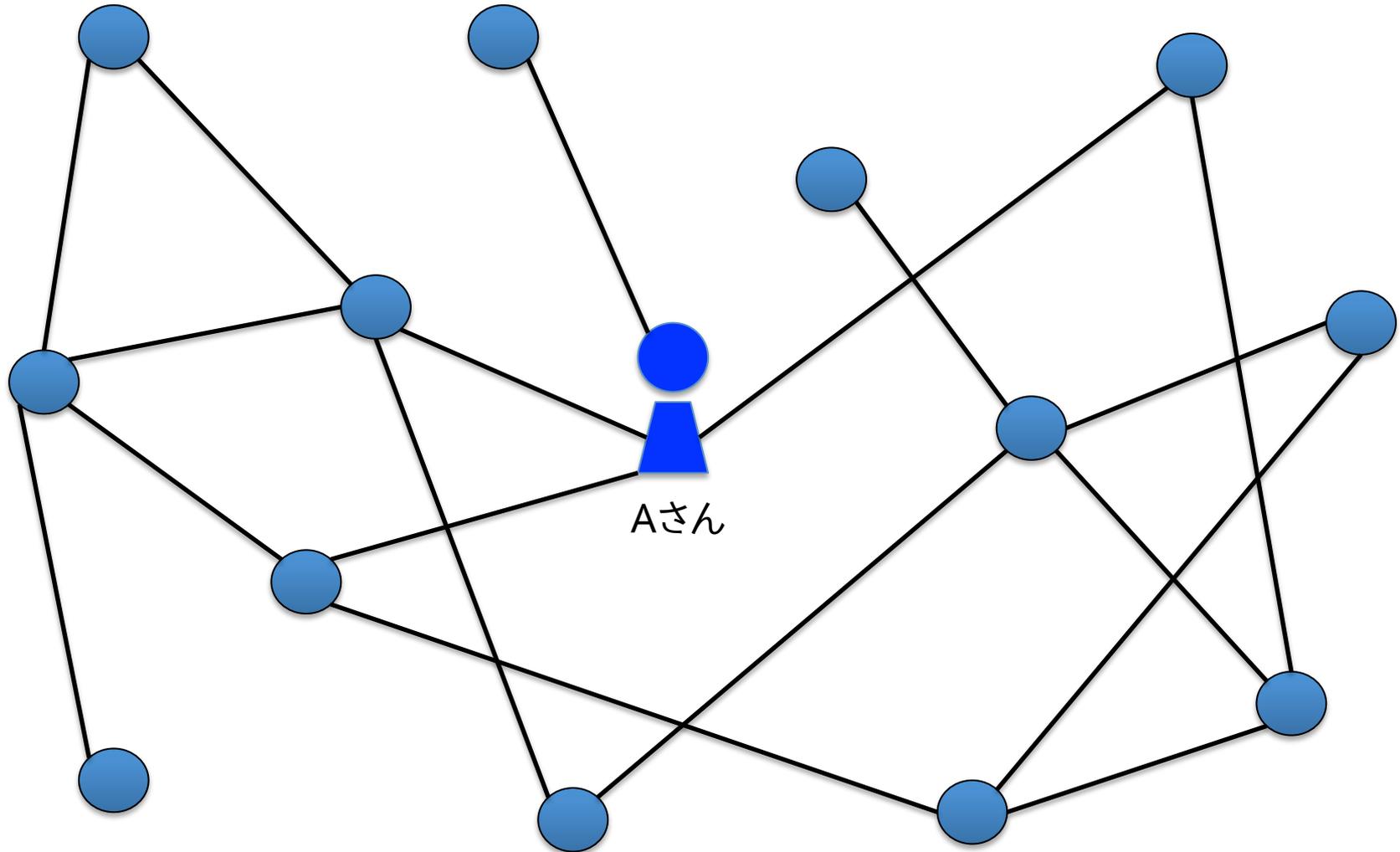
2. 背景·目的

2. 背景・目的

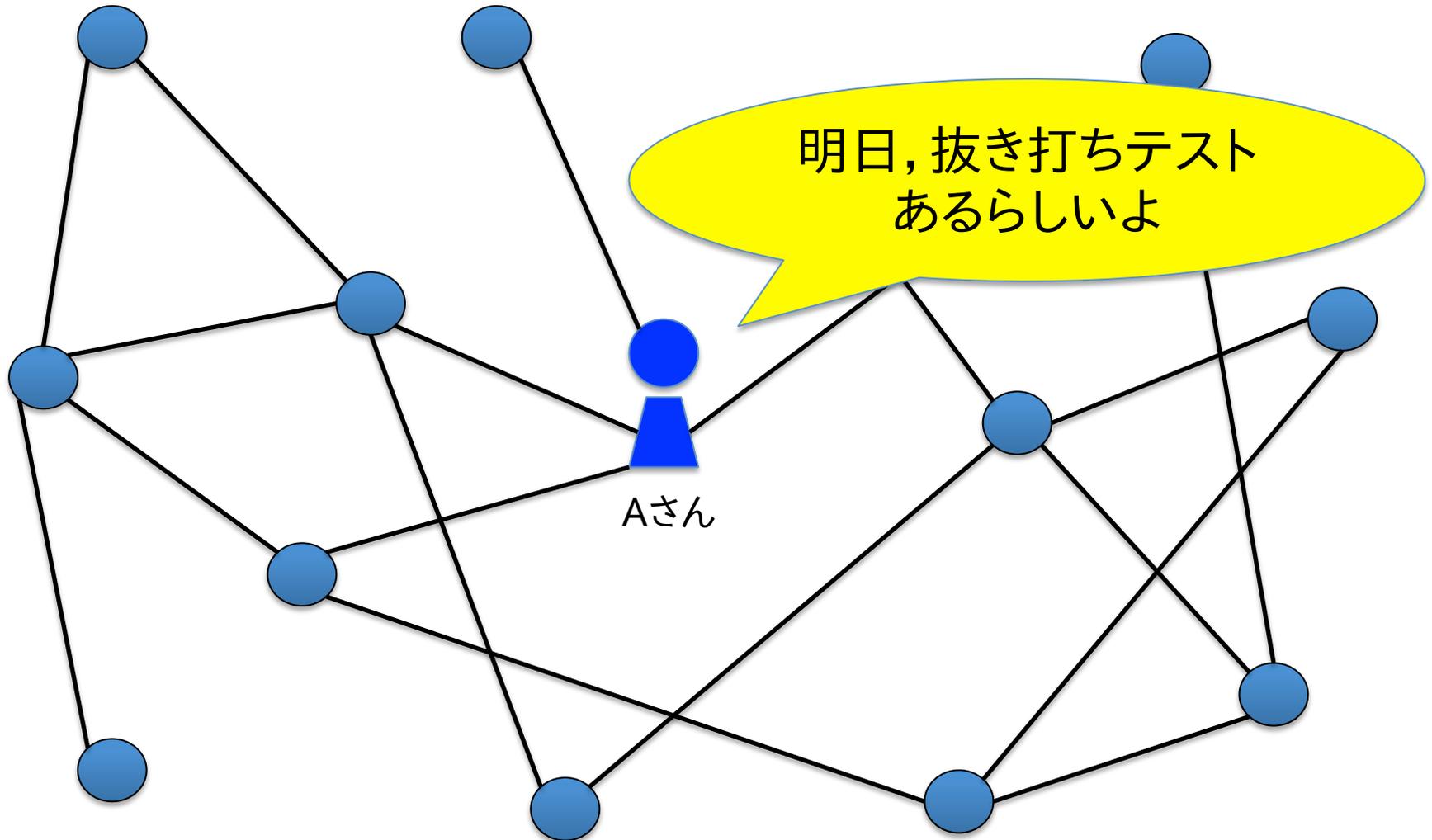
本演習ではどういった問題を扱っているのか？



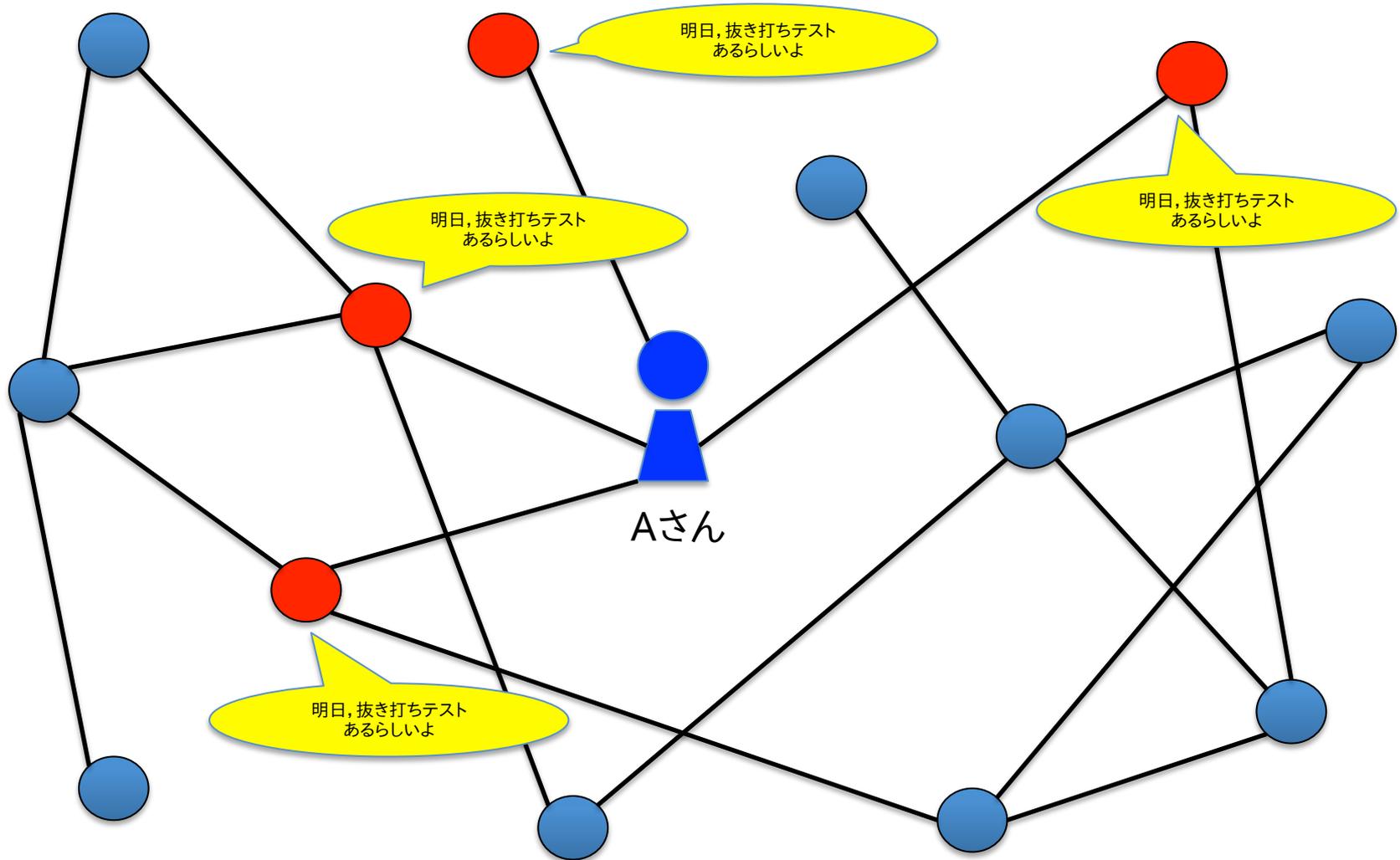
2. 背景・目的



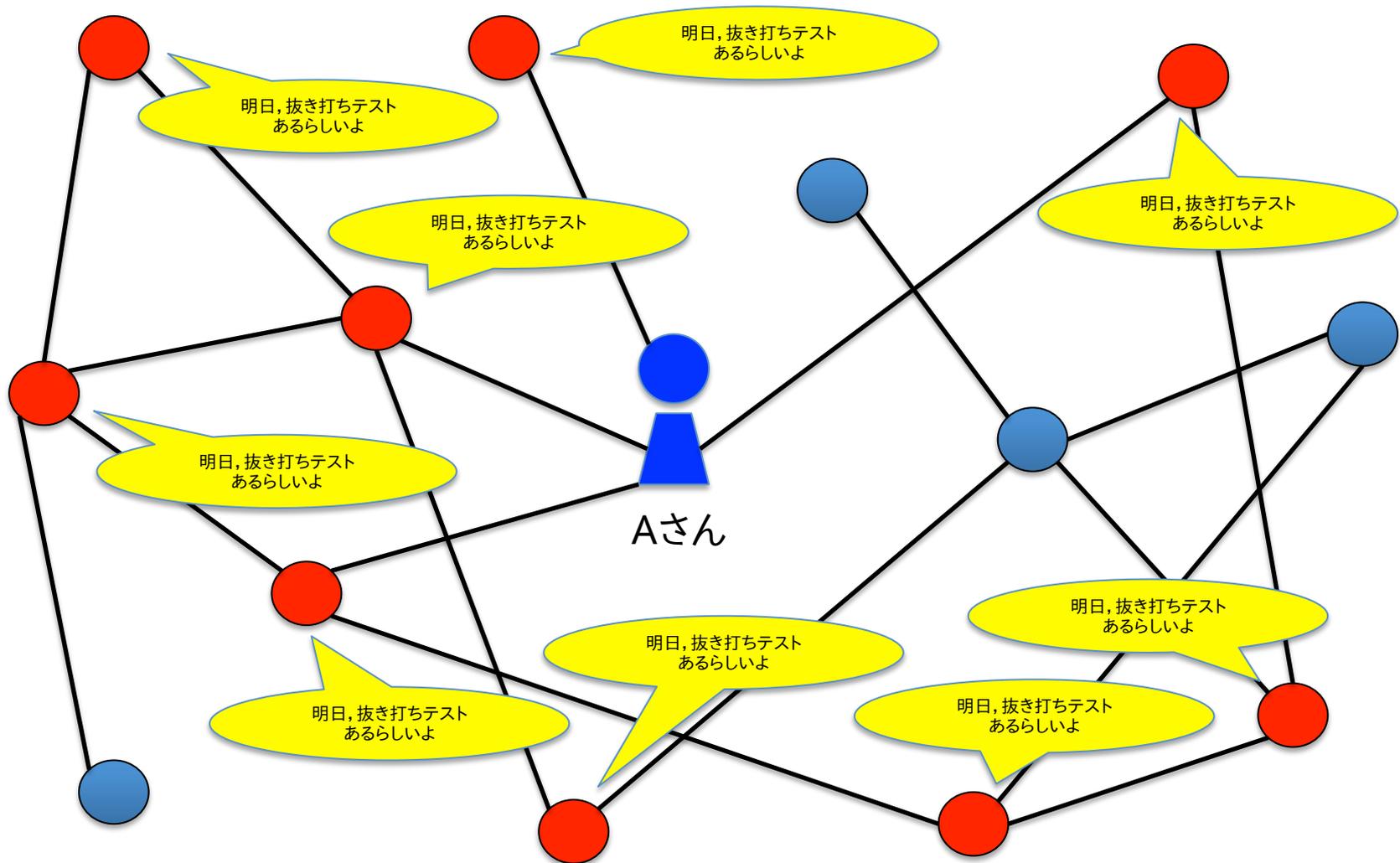
2. 背景・目的



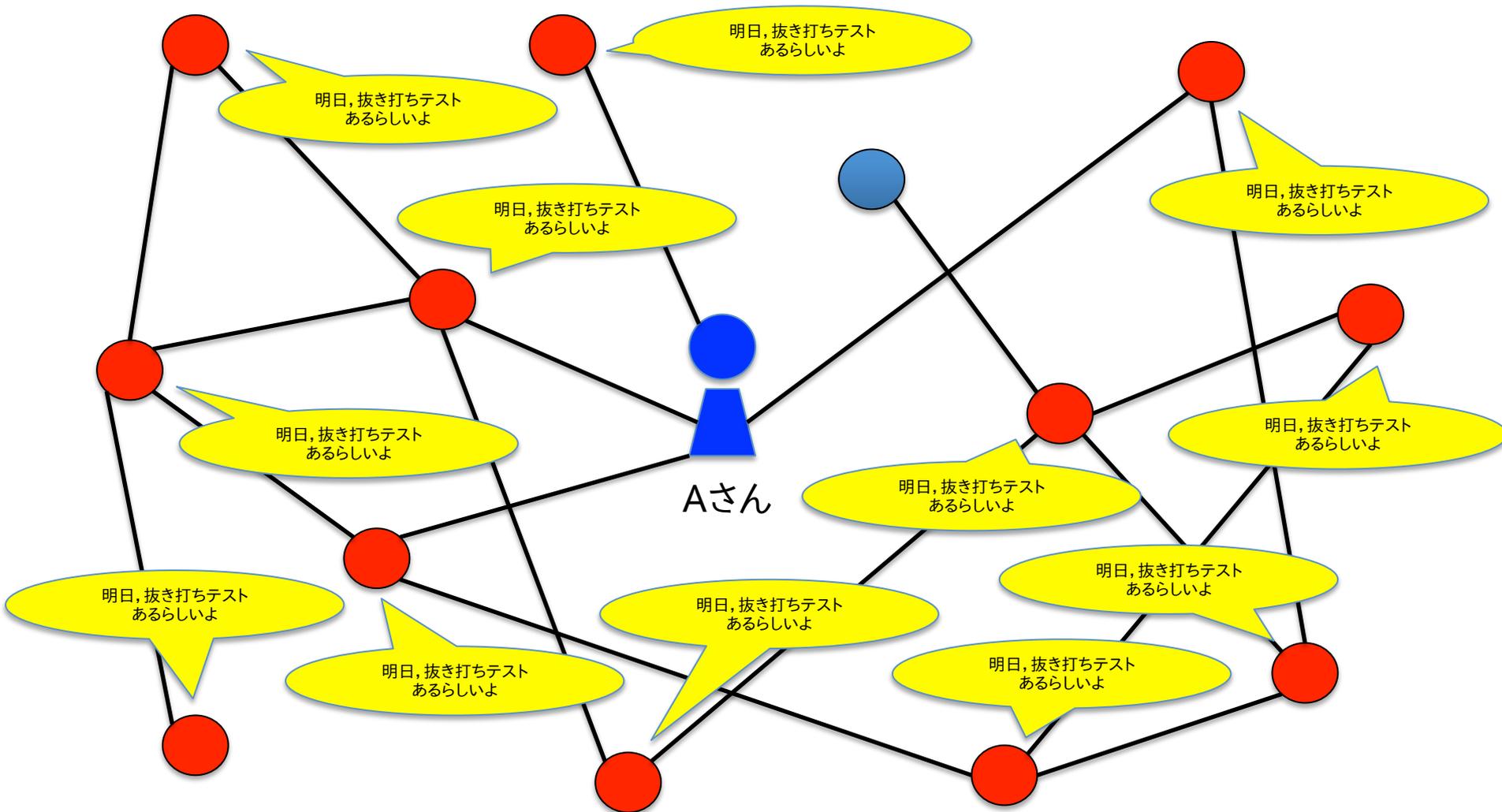
2. 背景・目的



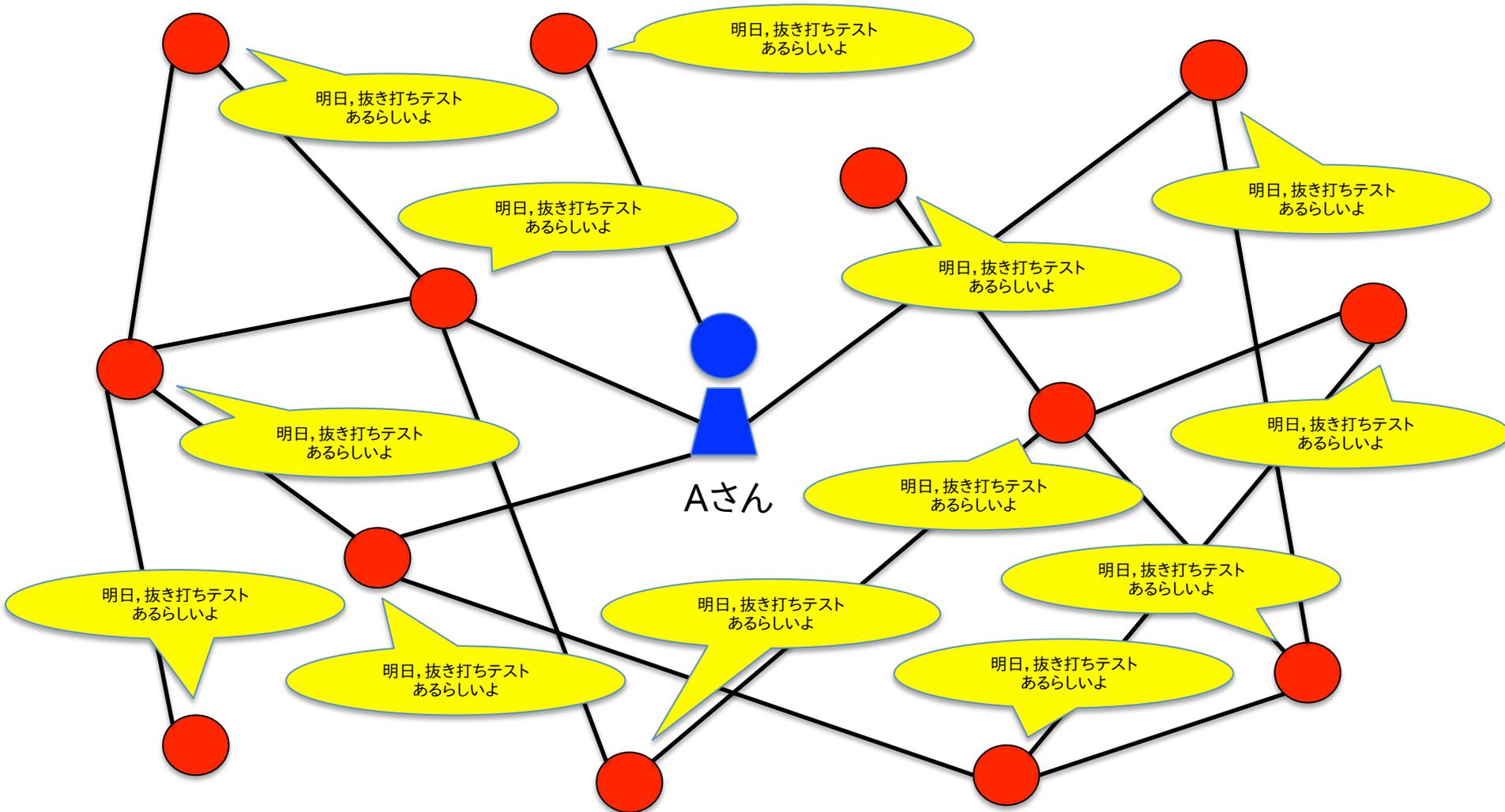
2. 背景・目的



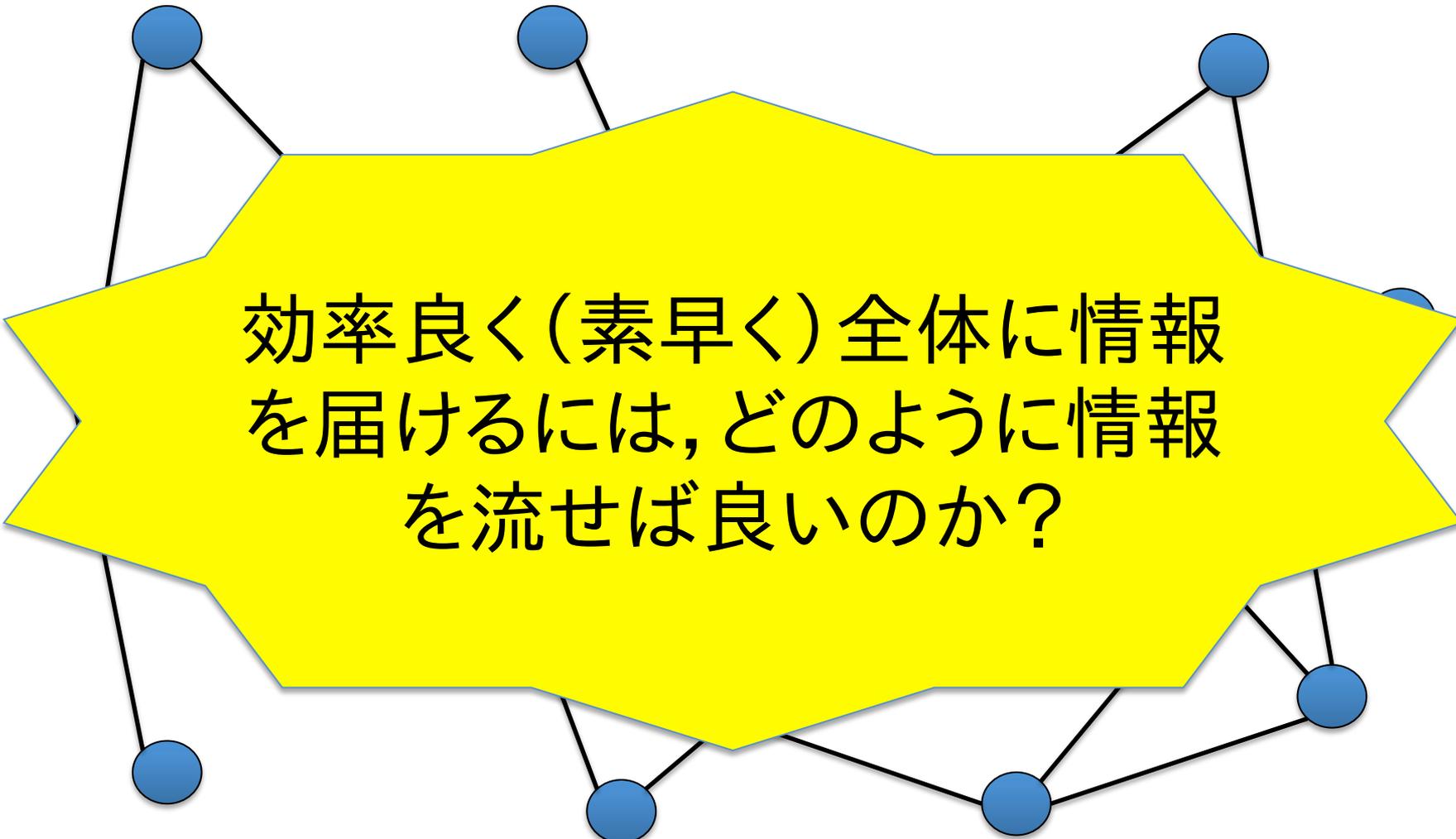
2. 背景・目的



2. 背景・目的



2. 背景・目的



効率良く(素早く)全体に情報を届けるには,どのように情報を流せば良いのか?

2. 背景・目的

2.1 ネットワーク上での情報伝搬に関する論文の主張

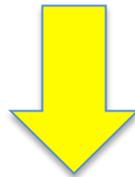
- 本演習の背景

[TTMO]

Hiroshi Toyoizumi, Seiichi Tani, Naoto Miyoshi, Yoshio Okamoto

Reverse preferential spread in complex networks

Phys. Rev. E 86, 021103 (2012)



ある伝搬モデルで情報を流すとき、ある性質をもつ
スケールフリーネットワーク上では、**次数の小さい頂点を
優先して情報を流すと**、効率良く（素早く）情報を伝搬できる

2. 背景・目的

2.2 本演習で用いた伝搬モデル

[TTMO]

ある伝搬モデルで情報を流すとき, ある性質をもつスケールフリーネットワーク上では, 次数の小さい頂点を優先して情報を流すと, 効率良く(素早く)情報を伝搬できる

ある伝搬モデル



伝搬のルール

+

戦略を決めるために
使える情報のルール

2. 背景・目的

2.2 本演習で用いた伝搬モデル

伝搬のルール

- 初期状態でのソースノードは1つ
- ソースノードは単位時間 (1 ステップ) に隣接頂点のうちの1つを伝搬先 (ターゲットノード) として選択できる
- 情報を受けつとた頂点は新たなソースノードとなる (その後もソースノードであり続ける)
- 全ての頂点がソースノードとなるまで伝搬を行う

ソースノード : 情報を保持し, 他の頂点に情報を発信する頂点

ターゲットノード : ソースノードから情報伝搬先として選択された頂点

2. 背景・目的

2.2 本演習で用いた伝搬モデル

戦略を決めるのに使える情報のルール

- ソースノードが使える情報は隣接点の次数のみ
 1. 隣接点同士は、お互いに情報交換を行わない
 2. 各頂点は情報伝搬に関して記憶能力を持たない
 3. 各頂点はネットワークの構造はわからない
(隣接点の次数は除く)

ソースノード：情報を保持し、他の頂点に情報を発信する頂点

ターゲットノード：ソースノードから情報伝搬先として選択された頂点

2. 背景・目的

2.2 本演習で用いた伝搬モデル

本演習で用いたモデル

- 初期状態でのソースノードは1つ
- ソースノードは単位時間 (1 ステップ) に隣接頂点のうちの1つを伝搬先 (ターゲットノード) として選択できる
- 情報を受けとった頂点は新たなソースノードとなる (その後もソースノードであり続ける)
- 全ての頂点がソースノードとなるまで伝搬を行う
- ソースノードが使える情報は隣接点の次数のみ (既に情報を保持しているかどうかはわからない)

2. 背景・目的

2.2 本演習で用いた伝搬モデル

- 補足

伝搬速度を限定

- 対象によっては自然な条件
- 現実には起こりうる情報の流れ方

例) ウイルス, うわさ話, 口コミ → ○

Twitter, Facebook, LINE → ×

(友人全員に一斉に情報を拡散できる)

2. 背景・目的

2.2 本演習で用いた伝搬モデル

- ターゲットノードの選択方法

ソースノードが使える情報は隣接点の次数のみ

- ✓ 一様分布に従い乱択
- ✓ 次数の小さいものを優先的に乱択
- ✓ 次数の大きなものを優先的に乱択

2. 背景・目的

2.3 Uncorrelated性とは

[TTMO]

ある伝搬モデルで情報を流すとき、**ある性質**をもつ
スケールフリーネットワーク上では、次数の小さい頂点を
優先して情報を流すと、効率良く(素早く)情報を伝搬できる

ある性質

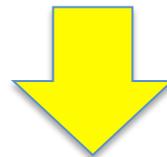


Uncorrelated性

2. 背景・目的

2.3 Uncorrelated性とは

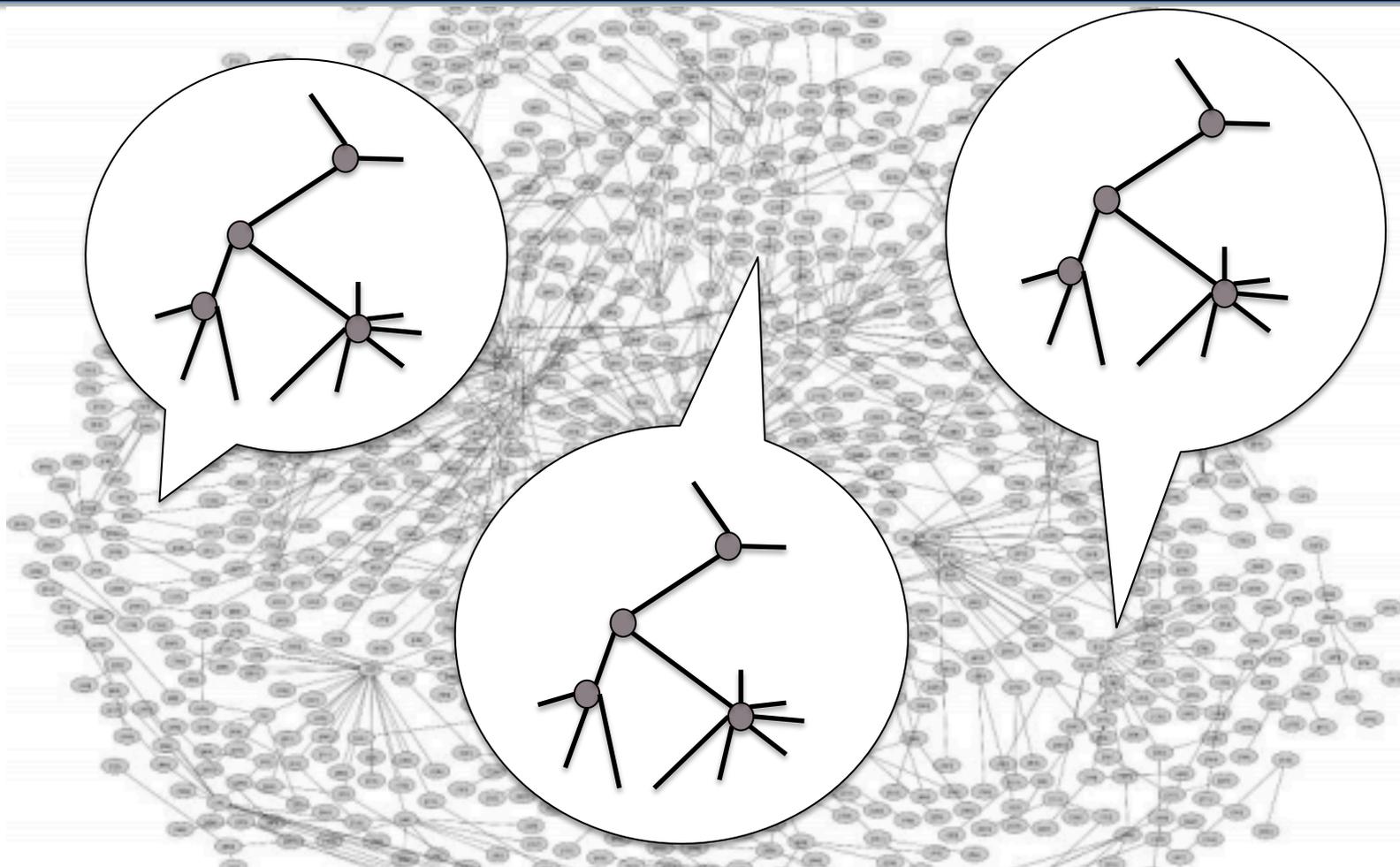
- ネットワークにおける様々な研究でよく用いられる性質の1つ
- もともとの意味
 - correlate → 相互に関係する
 - uncorrelate → 無相関の



局所性がなく、どこもおなじような構造をしている

2. 背景・目的

2.3 Uncorrelated性とは



http://www.tani.cs.chs.nihon-u.ac.jp/g-2013/ufo/slide/tanaka_slide_0211.pdf

2. 背景・目的

2.3 Uncorrelated性とは

- Uncorrelatedネットワーク
 - 定義は, 論文や文献によって異なる

✓ 枝の片割れどうしをランダムにつないでいってできるネットワーク

✓ 各次数ごとの隣接点の次数の平均がほぼ一定であるネットワーク

etc...

2. 背景・目的

2.1 ネットワーク上での情報伝搬に関する論文の主張

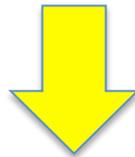
- 本演習の背景

[TTMO]

Hiroshi Toyoizumi, Seiichi Tani, Naoto Miyoshi, Yoshio Okamoto

Reverse preferential spread in complex networks

Phys. Rev. E 86, 021103 (2012)



本演習の伝搬モデルにおいて、
Uncorrelatedスケールフリーネットワーク上で、
効率良く(素早く)情報を伝搬するには、
次数の小さい頂点を優先するのが最適である

2. 背景・目的

- 過去の谷研究室の卒業演習
 - あるモデル(BAモデル)でスケールフリーネットワークを生成
 - 伝搬実験



次数の少ない頂点を優先して伝搬する方法

効率的
なネットワーク

?

非効率的
なネットワーク

2. 背景・目的

2.4 本演習の目的

次数の少ない頂点を優先して伝搬する方法

効率的
なネットワーク



非効率的
なネットワーク

違いはUncorrelated性？

伝搬実験のために生成したネットワークは全てスケールフリーネットワーク

2. 背景・目的

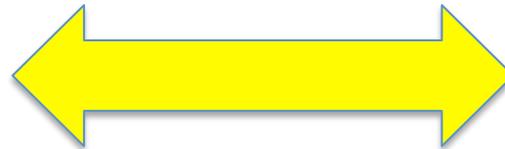
2.4 本演習の目的

- Uncorrelated性を比較したい
 - ネットワークが**真に**Uncorrelated性を持つかの判定方法は未確立



次数の少ない頂点を優先して伝搬する方法

効率的
なネットワーク



非効率的
なネットワーク

特徴量を比較

2. 背景・目的

2.4 本演習の目的

- Uncorrelated性を比較したい
 - ネットワークが**真に**Uncorrelated性を持つかの判定方法は未確立



次数の少ない頂点を優先して伝搬する方法

Uncorrelated性と関係のある特徴量は何か？

2. 背景・目的

2.4 本演習の目的

- 過去の卒業演習で使用していた生成モデル

BAモデル

- ✓ スケールフリーネットワークを生成できるシンプルな生成モデル
- ✓ 生成されるネットワークは真のUncorrelated性を持たない

2. 背景・目的

2.4 本演習の目的

スケールフリーネットワークを生成できるモデル

BAモデル

Holme-Kimモデル

頂点非活性化モデル

頂点コピーモデル

適応度モデル

Gohモデル

閾値モデル

Chung-Luモデル

隠れ変数モデル

など...



修正Configurationモデル

2. 背景・目的

2.4 本演習の目的

修正Configurationモデルでネットワークを生成



伝搬実験を行う

修正Configurationモデル

Uncorrelated性を持つネットワークを生成できるとされている
ヒューリスティック(数学的には証明されていない)

目次

1. 複雑ネットワーク
2. 背景・目的
 - 2.1 ネットワーク上での情報伝搬に関する論文の主張
 - 2.2 本演習で用いた伝搬モデル
 - 2.3 Uncorrelated性とは
 - 2.4 本演習の目的
3. 修正Configurationモデル
4. 実験方法
 - 4.1 計算機実験の方法
 - 4.2 特徴量について
5. 結果
6. 終わりに

3. 修正Configurationモデル

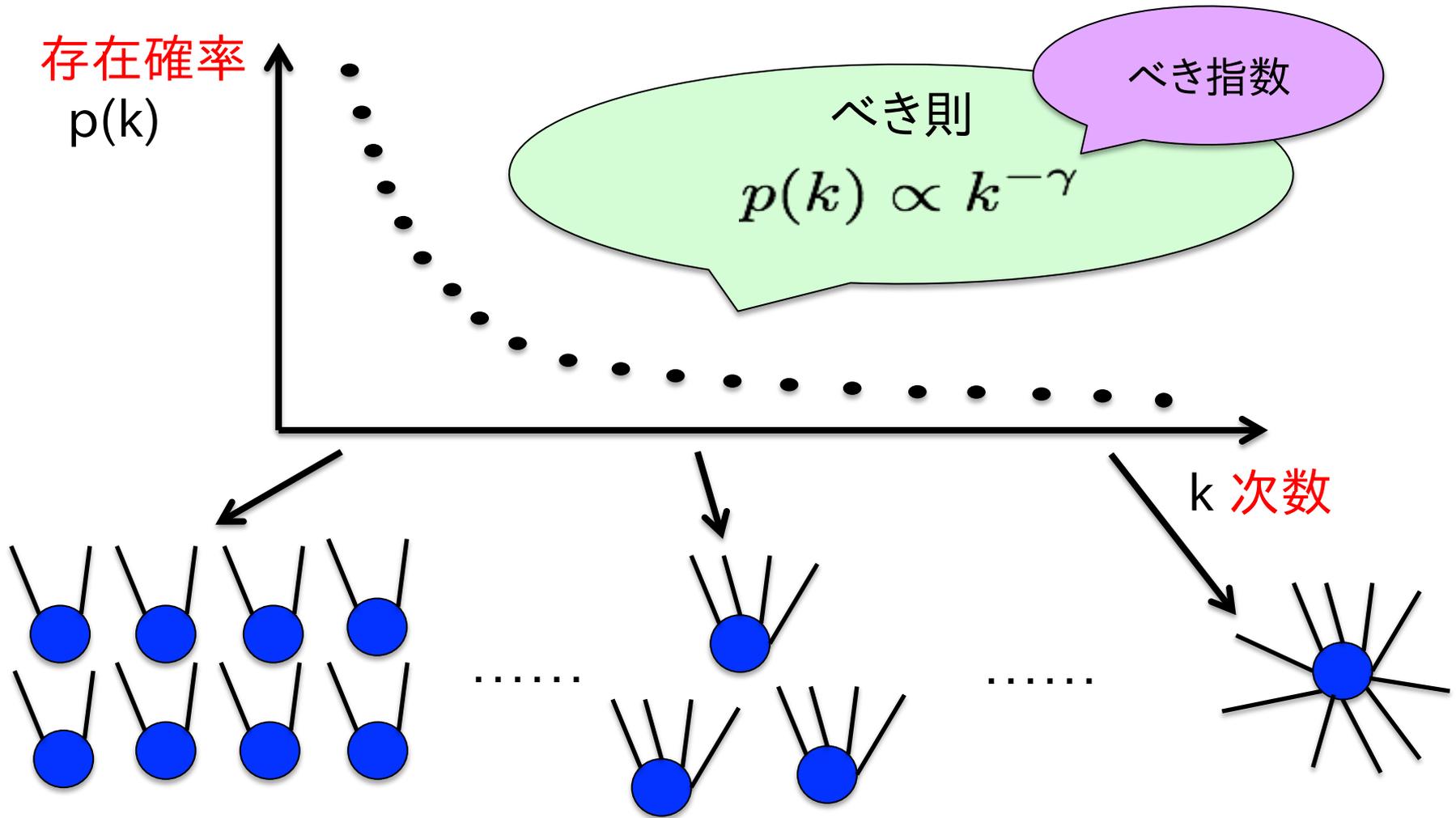
3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル

- Configurationモデル
 - 任意のべき則でスケールフリーネットワークを生成できるモデル
 - configuration : 形、外郭、設定

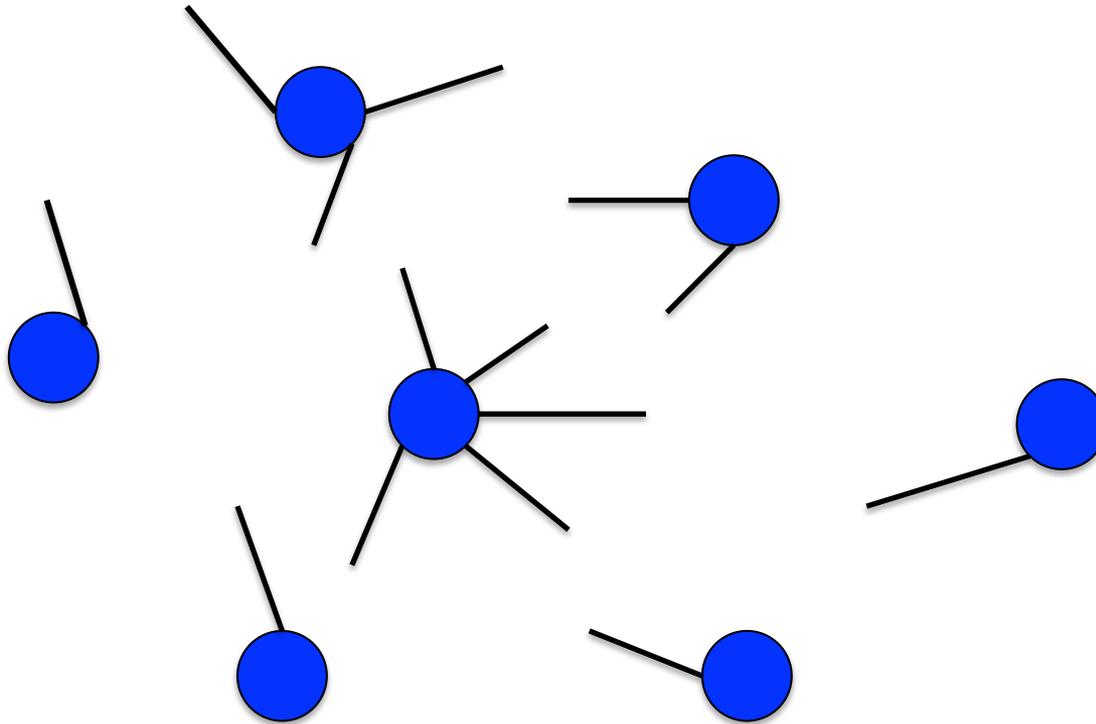
3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル



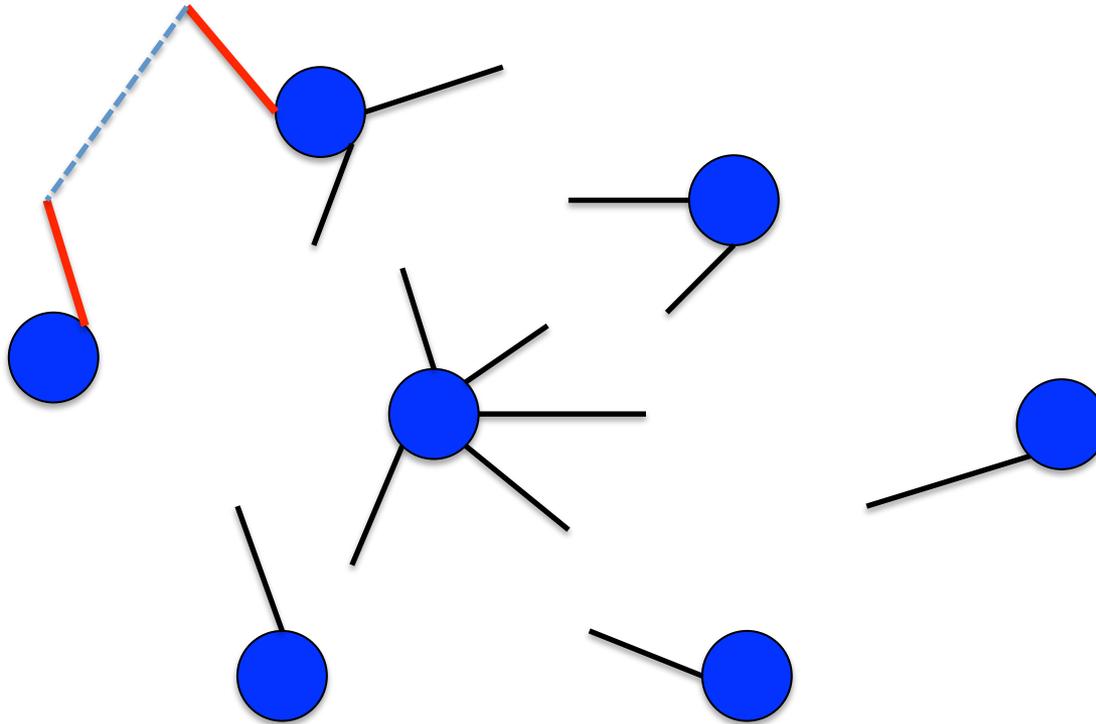
3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル



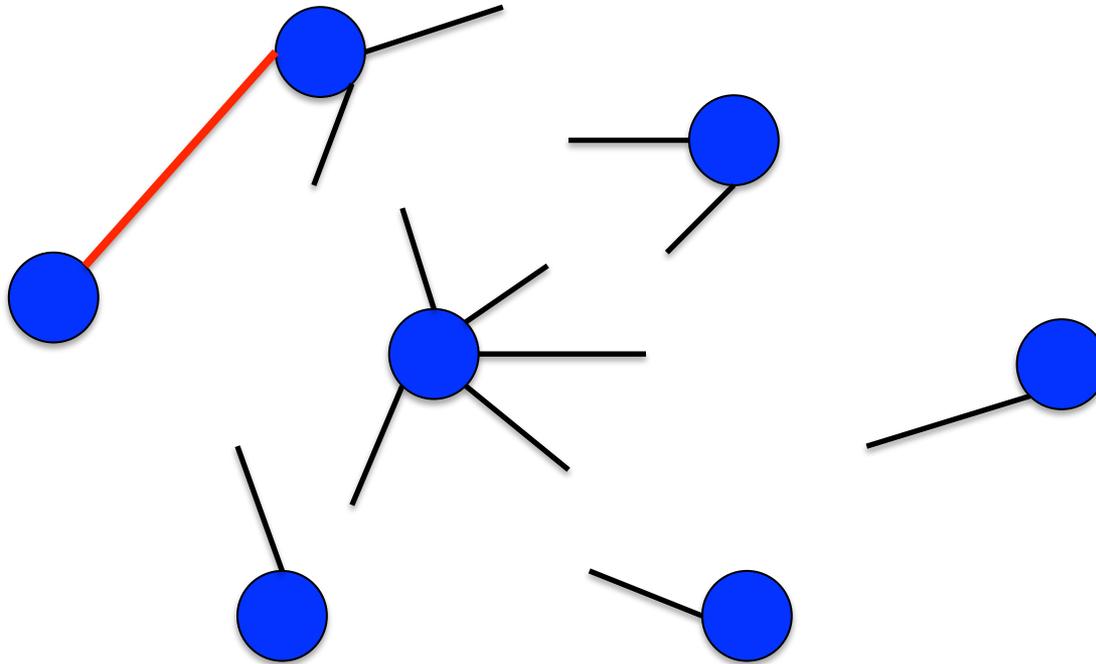
3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル



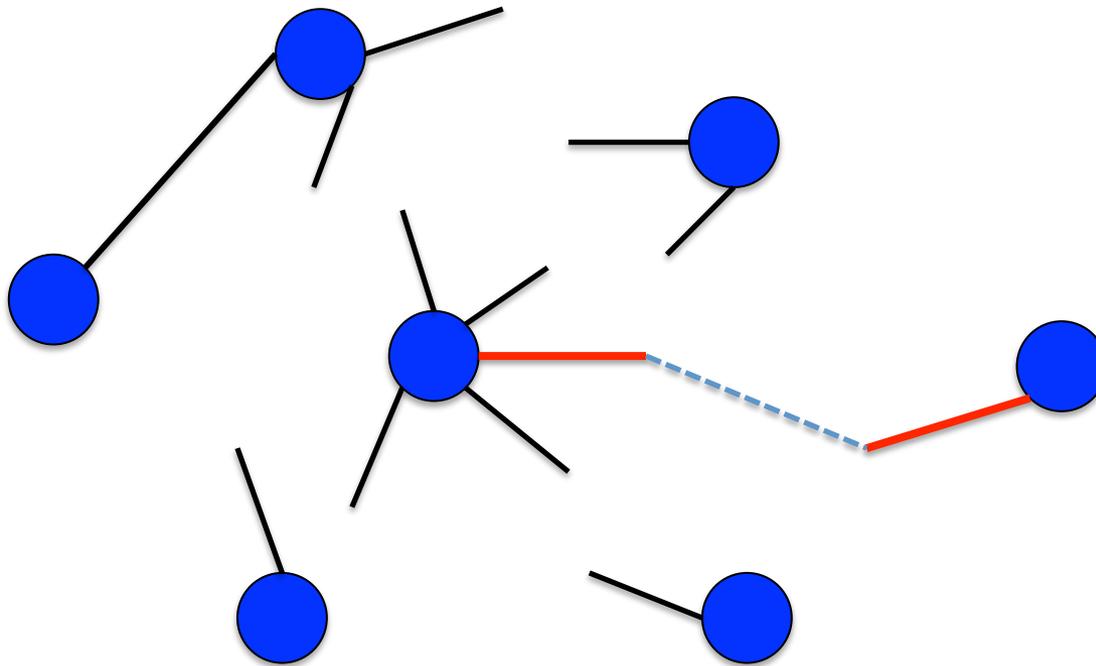
3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル



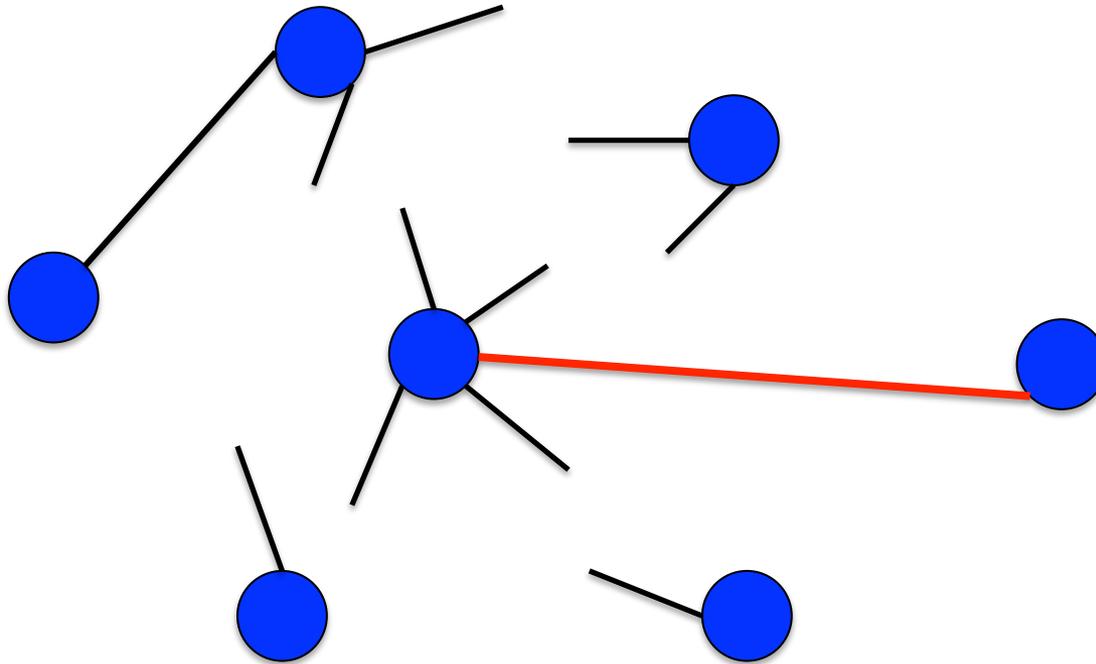
3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル



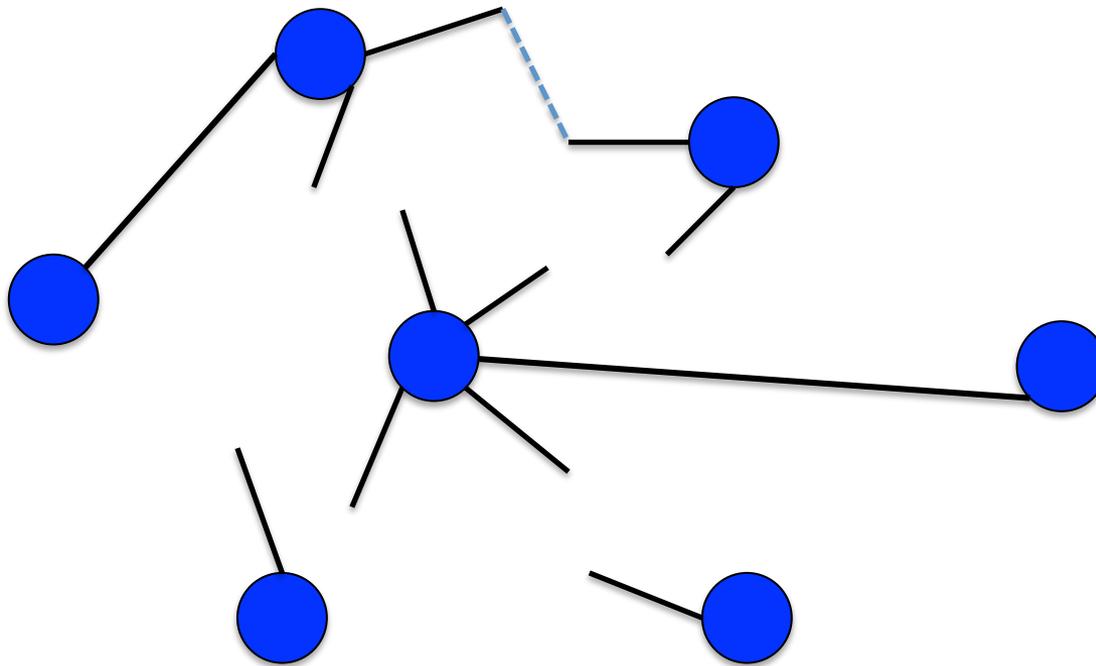
3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル



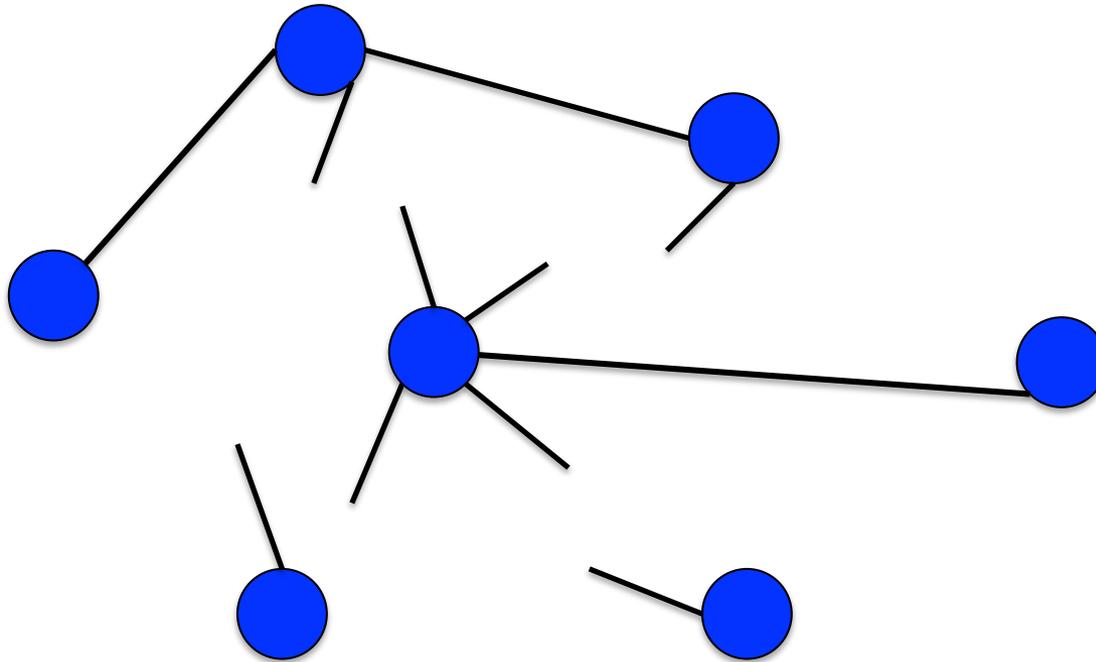
3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル



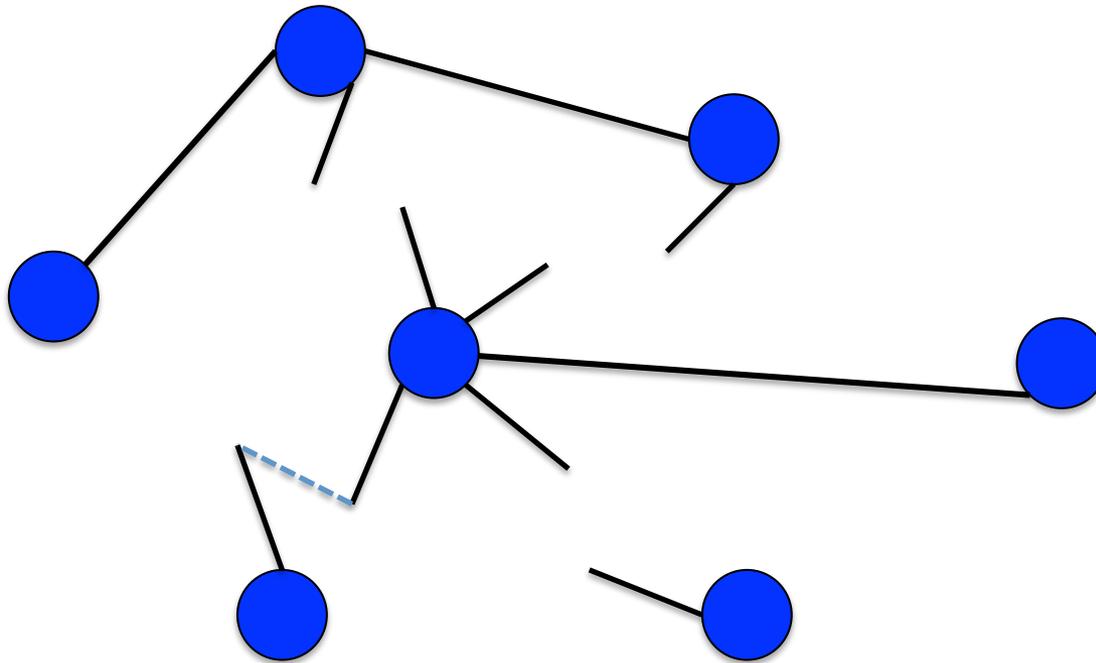
3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル



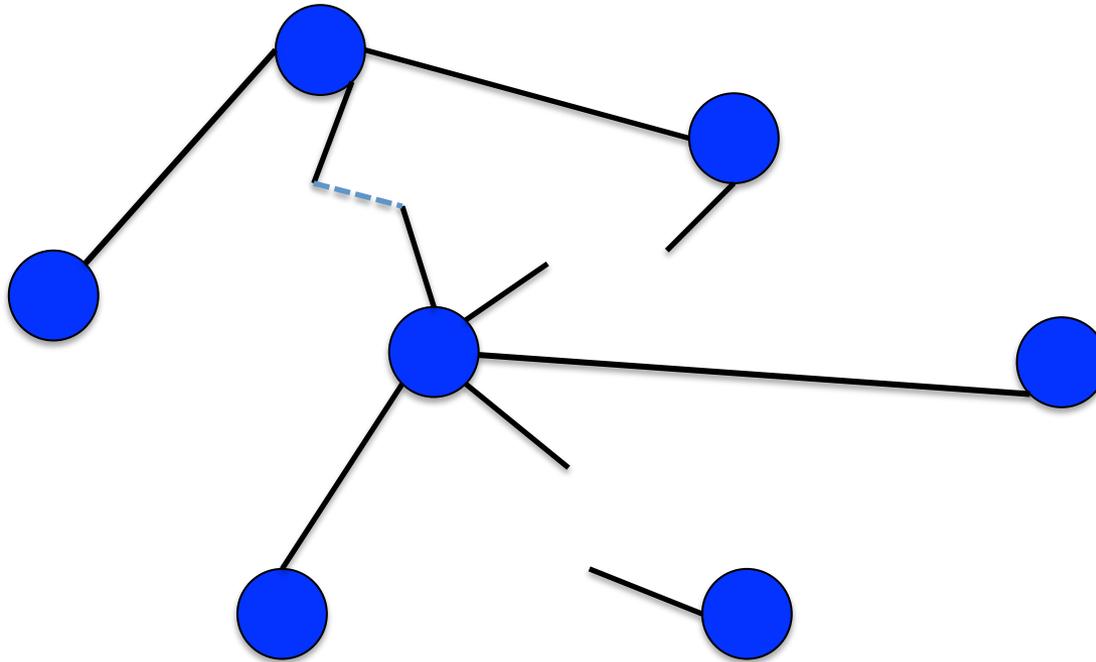
3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル



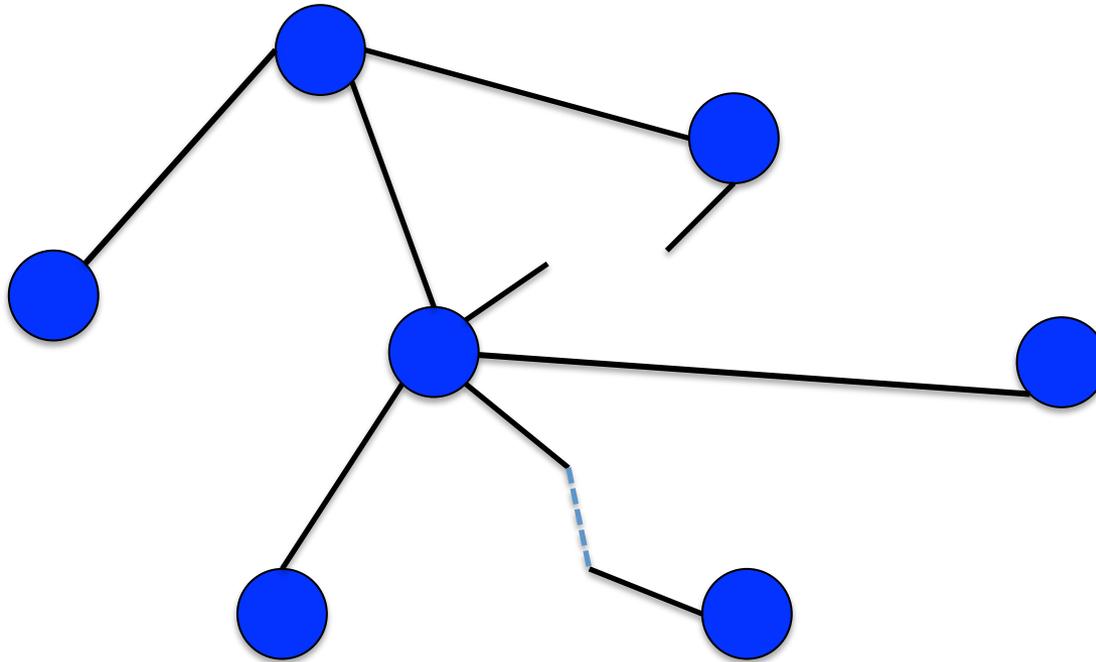
3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル



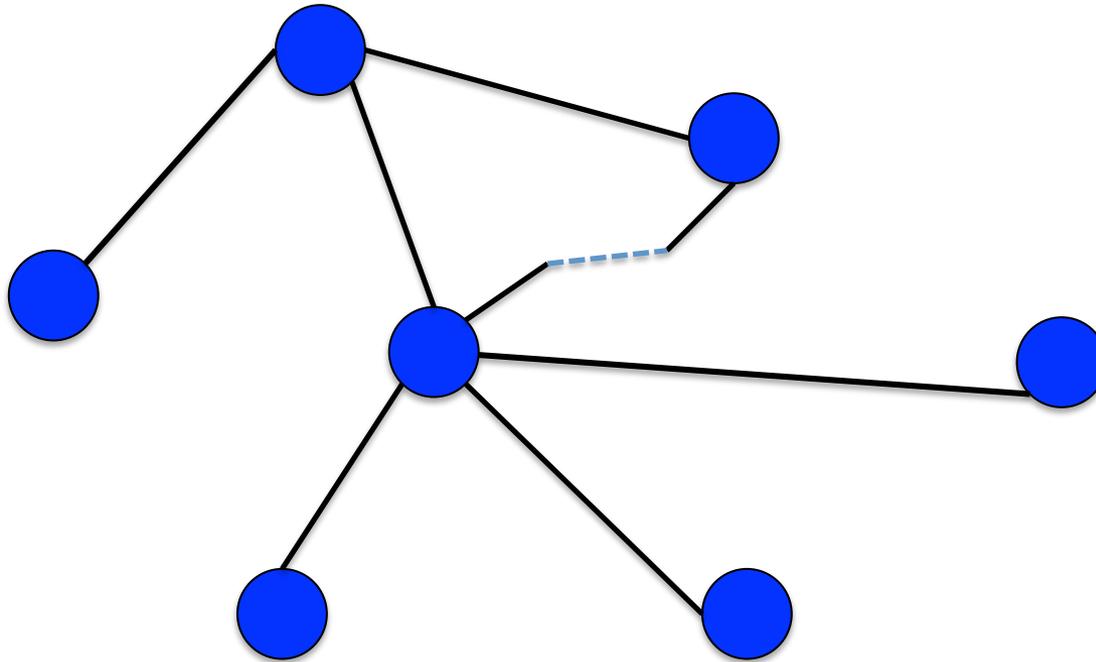
3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル



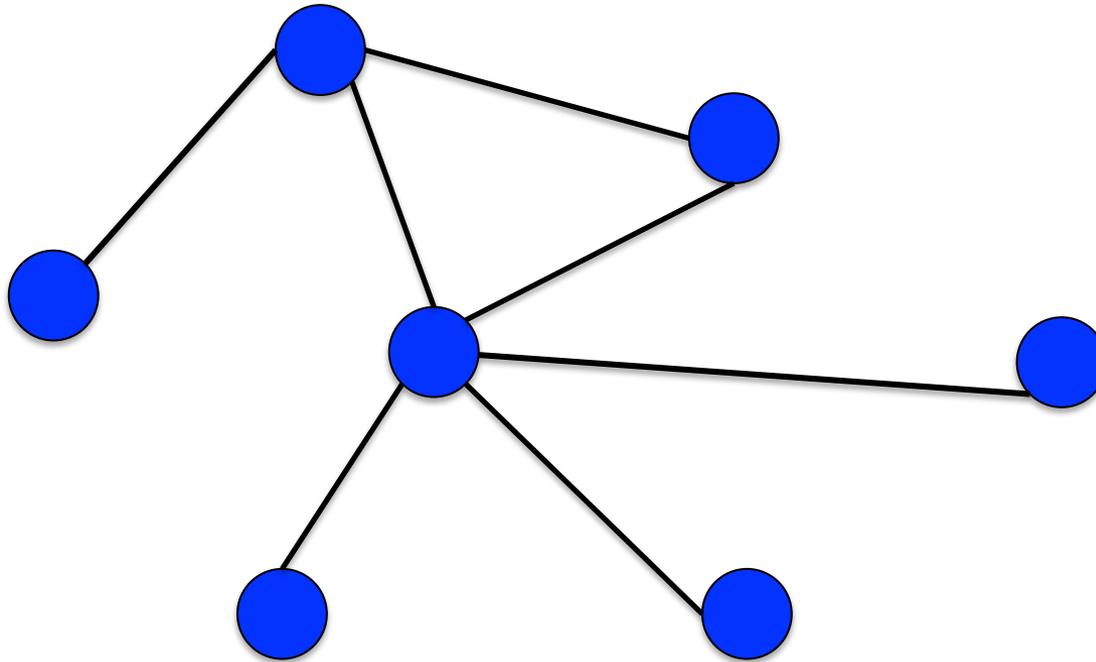
3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル



3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル



3. 修正Configurationモデル

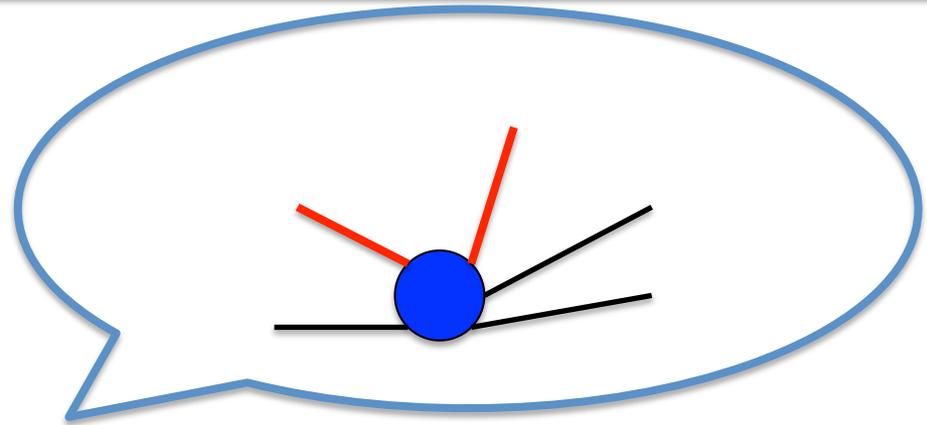
3.1 Configurationモデル

- 次数相関がほとんどない
- 自己ループや多重辺が発生, 非連結となる場合 有
- 自己ループや多重辺, 非連結となる場合を除く
→ Uncorrelated性が崩れる(弱くなる)

3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル

- 次数相関がほとんどない

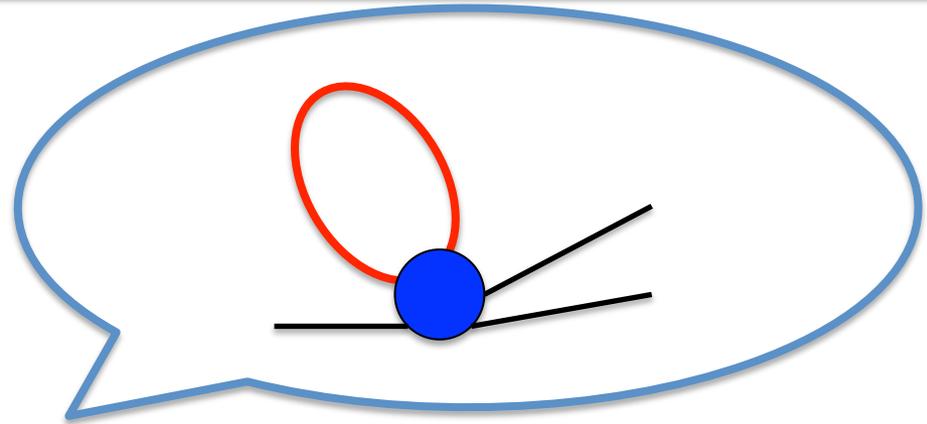


- 自己ループや多重辺が発生, 非連結となる場合 有
- 自己ループや多重辺, 非連結となる場合を除く
→ Uncorrelated性が崩れる(弱くなる)

3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル

- 次数相関がほとんどない

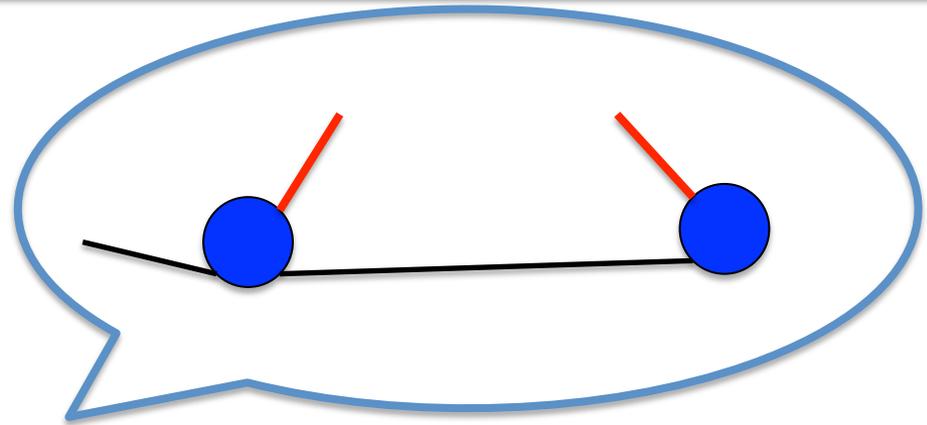


- 自己ループや多重辺が発生, 非連結となる場合 有
- 自己ループや多重辺, 非連結となる場合を除く
→ Uncorrelated性が崩れる(弱くなる)

3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル

- 次数相関がほとんどない

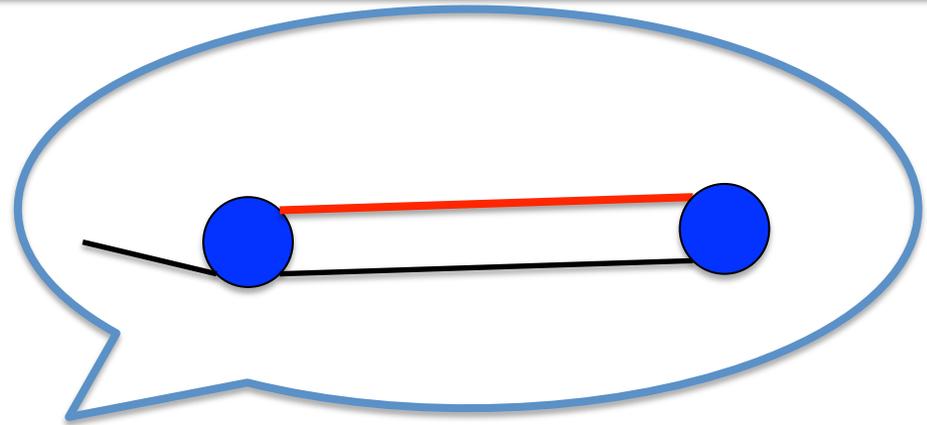


- 自己ループや多重辺が発生, 非連結となる場合 有
- 自己ループや多重辺, 非連結となる場合を除く
→ Uncorrelated性が崩れる(弱くなる)

3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル

- 次数相関がほとんどない



- 自己ループや多重辺が発生, 非連結となる場合 有
- 自己ループや多重辺, 非連結となる場合を除く
→ Uncorrelated性が崩れる(弱くなる)

3. 修正Configurationモデル

3.1 Configurationモデル

- 次数相関がほとんどない
- 自己ループや多重辺が発生, 非連結となる場合 有
- 自己ループや多重辺, 非連結となる場合を除く
→ Uncorrelated性が崩れる(弱くなる)

3. 修正Configurationモデル

3.2 修正Configurationモデル

- 修正Configurationモデル
 - 以下の論文で提案されたモデル
 - Michele Catanzaro, Marian Boguna, Romualdo Pastor-Satorras
Generation of uncorrelated random scale-free networks
<http://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.71.027103>
 - 論文内での名称は, Uncorrelated Configuration Model (UCM)
 - 自己ループや多重辺を持たないConfigurationモデルを, よりUncorrelated性を持つように修正
 - 真のUncorrelatedネットワークを生成できるかは数学的に証明されていない(実験的に検証)

3. 修正Configurationモデル

3.2 修正Configurationモデル

- Configurationモデルで各頂点の次数を制限
 - Configurationモデル : $k_{\min} \leq k < N$ (k_{\min} は最小次数)
 - 修正Configurationモデル : $k_{\min} \leq k \leq N^{1/2}$

次数を制限 → **カットオフ**

真にUncorrelated性を満たすという
数学的な証明はない！

目次

1. 複雑ネットワーク
2. 背景・目的
 - 2.1 ネットワーク上での情報伝搬に関する論文の主張
 - 2.2 本演習で用いた伝搬モデル
 - 2.3 Uncorrelated性とは
 - 2.4 本演習の目的
3. 修正Configurationモデル
4. 実験方法
 - 4.1 計算機実験の方法
 - 4.2 特徴量について
5. 結果
6. 終わりに

4. 実験方法

4. 実験方法

4.1 計算機実験の方法

- 頂点数10000のネットワークを以下のモデルで生成
 - BAモデル
 - Configurationモデル(自己ループ・多重辺 有)
 - Configurationモデル(自己ループ・多重辺 無)
 - 修正Configurationモデル

4. 実験方法

4.1 計算機実験の方法

ネットワークの生成方法

- BAモデルで作るときの追加していく枝の数
– 1, 2, 4, 6, 8, 10 本 (固定)



生成時のパラメータ

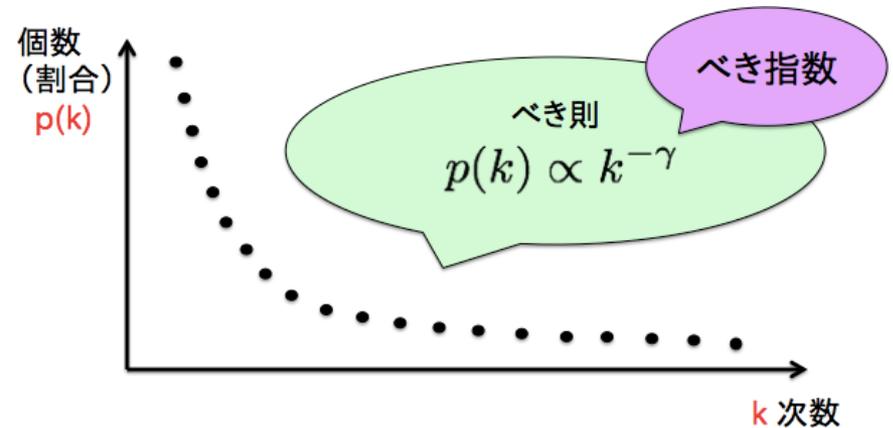
6種類

4. 実験方法

4.1 計算機実験の方法

ネットワークの生成方法

- Configurationモデル
 - 最小次数: 2
 - べき指数: 2.5, 2.75, 3.0



9種類

Configurationモデル (自己ループ・多重辺 有)

Configurationモデル (自己ループ・多重辺 無)

修正 Configurationモデル

×

べき指数

2.5, 2.75, 3.0

4. 実験方法

4.1 計算機実験の方法

- 1つの生成方法でのネットワークの生成個数：100個
 - ネットワークは全部で 1500個（15種類 × 100個）生成
- 1つのデータに対する
情報伝搬シミュレーション回数：100回（合計15万回）
- ソースノードとなった頂点数の時間変化を記録
- 実験プログラムで使った言語：C++

4. 実験方法

4.1 計算機実験の方法

情報伝搬シミュレーション

入力: ネットワーク N , シミュレーション番号 i

処理: 本演習で用いた伝搬モデルで,
ランダムシードを i とし,
初期情報源を乱択し,
すべてのノードが情報源となるまで情報伝搬を
シミュレーションし, 情報源数の時間変化を記録

ただし, ターゲットノードの選択は乱択

2. 背景・目的

2.2 本演習で用いた伝搬モデル(再掲)

- ターゲットノードの選択方法

ソースノードが使える情報は隣接点の次数のみ

- ✓ 一様分布に従い乱択
- ✓ 次数の小さいものを優先的に乱択
- ✓ 次数の大きなものを優先的に乱択

4. 実験方法

4.2 ネットワークの特徴量

- 基本的な特徴量を計算
- 特徴量: ネットワークの性質を知るための指標
 - 直径・半径
 - 平均距離
 - 次数分布
 - 中心性
 - 次数相関
 - etc.

4. 実験方法

4.2 ネットワークの特徴量

- 直径・半径
 - ある頂点から各頂点までの距離の最大値を全頂点に対して求める
 - その中の最大値が直径, 最小値が半径
- 平均距離
 - 全二頂点对の最短経路の長さの平均
- 次数分布
 - 各次数が全頂点に占める割合
- 中心性
 - どの頂点がネットワークで重要かを知るための指標

4. 実験方法

4.2 ネットワークの特徴量

- 基本的な特徴量を計算
- 特徴量: ネットワークの性質を知るための指標

- 直径・半径
- 平均距離
- 次数分布
- 中心性
- 次数相関
(ピアソンの相関係数)
- etc.



本演習で計算した特徴量

4. 実験方法

4.2 ネットワークの特徴量

- ネットワークの中心性

- 次数中心性

- 近接中心性

- 媒介中心性

- 固有ベクトル中心性

- etc.



本演習で計算した中心性

4. 実験方法

4.2 ネットワークの特徴量

- 近接中心性 (Closeness Centrality)
 - 他の頂点との距離を反映

定義

$d_G(v, t)$: v, t 間の最短距離

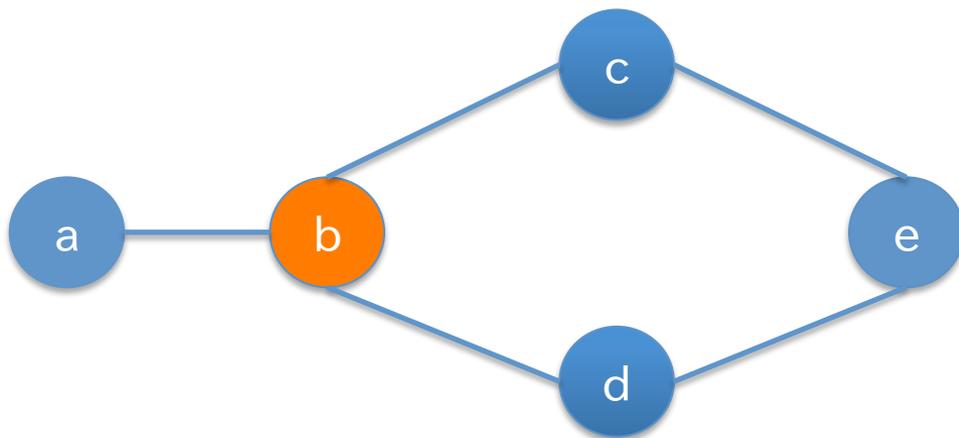
$$C_C(v) = \frac{N - 1}{\sum_{t \in V} d_G(v, t)}$$

4. 実験方法

4.2 ネットワークの特徴量

- 近接中心性 (Closeness Centrality)

$$C_C(v) = \frac{N - 1}{\sum_{t \in V} d_G(v, t)}$$



- 頂点 b の近接中心性

$b \rightarrow a : 1$

$b \rightarrow c : 1$

$b \rightarrow d : 1$

$b \rightarrow e : 2$

$1 + 1 + 1 + 2 = 5$

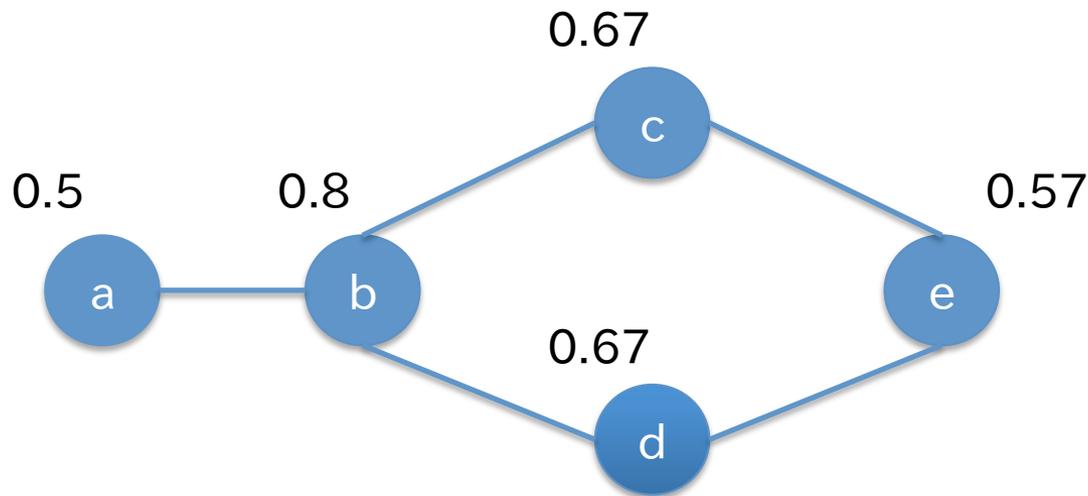
$4 / 5 = 0.8$

4. 実験方法

4.2 ネットワークの特徴量

- 近接中心性 (Closeness Centrality)

$$C_C(v) = \frac{N - 1}{\sum_{t \in V} d_G(v, t)}$$



4. 実験方法

4.2 ネットワークの特徴量

- 媒介中心性 (Betweenness Centrality)

定義

σ_{st} : s, t 間の最短経路数

$\sigma_{st}(v)$: v を通る s, t 間の最短経路数

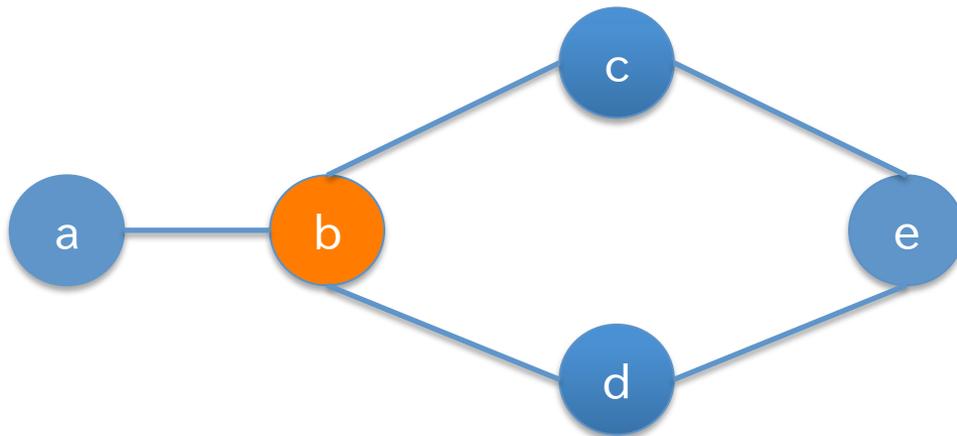
$$C_B(v) = \sum_{\substack{s, v, t \in V \\ s \neq v \neq t}} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$$

4. 実験方法

4.2 ネットワークの特徴量

- 媒介中心性 (Betweenness Centrality)

$$C_B(v) = \sum_{\substack{s, v, t \in V \\ s \neq v \neq t}} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$$



- 頂点 b の媒介中心性

a → c : 1

a → d : 1

a → e : 1

c → d : 0.5

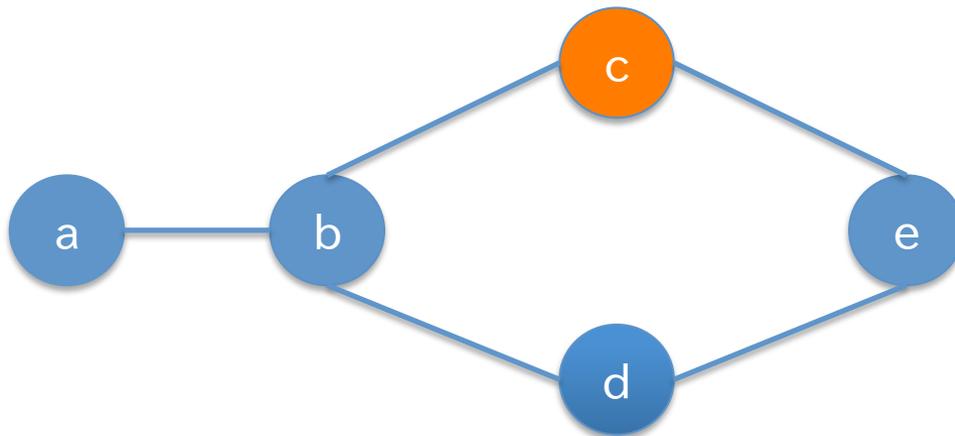
1 + 1 + 1 + 0.5 = 3.5

4. 実験方法

4.2 ネットワークの特徴量

- 媒介中心性 (Betweenness Centrality)

$$C_B(v) = \sum_{\substack{s, v, t \in V \\ s \neq v \neq t}} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$$



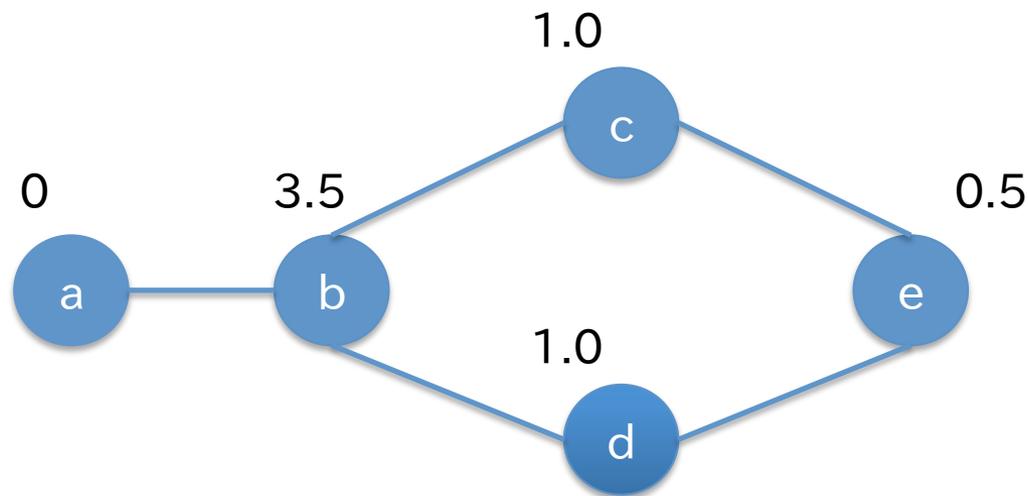
- 頂点 c の媒介中心性
a → e : 0.5
b → e : 0.5
0.5 + 0.5 = 1

4. 実験方法

4.2 ネットワークの特徴量

- 媒介中心性 (Betweenness Centrality)

$$C_B(v) = \sum_{\substack{s, v, t \in V \\ s \neq v \neq t}} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$$



4. 実験方法

4.2 ネットワークの特徴量

- 媒介中心性の定義にしたがった場合の時間計算量

– $O(N^3)$ (N : 頂点数)

σ_{st} : s, t 間の最短経路数

$\sigma_{st}(v)$: v を通る s, t 間の最短経路数

$$C_B(v) = \sum_{\substack{s, v, t \in V \\ s \neq v \neq t}} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$$

– $N = 10000 \rightarrow N^3 = 1000000000000000$ (1兆)

4. 実験方法

4.2 ネットワークの特徴量

- Brandes が提案したアルゴリズムの時間計算量

- $O(N^2 + NM)$

N : 頂点数
 M : 枝数

- <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.11.2024>

- Ulrik Brandes. A Faster Algorithm for Betweenness Centrality.
Journal of Mathematical Sociology, 25:163-177, 2001

- 本演習で扱っているネットワーク → $M = O(N)$

- $O(N^2 + NM) = O(N^2)$

- $N = 10000 \rightarrow N^2 = 100000000$ (1億)

4. 実験方法

4.2 特徴量について

より大規模なネットワーク（頂点数1000000など）



Brandesのアルゴリズムでも膨大な時間が必要

→ より高速に求めるための近似手法（正確ではない）

- U. Brandes and C. Pich. Centrality Estimation in Large Networks. Int. J. Bifurcat. Chaos, 17(07):2303–2318, 2007.
 - Y. Yoshida. Almost Linear-Time Algorithms for Adaptive Betweenness Centrality using Hypergraph Sketches. In KDD, pp. 1416–1425, 2014.
- etc . . .

目次

1. 複雑ネットワーク
2. 背景・目的
 - 2.1 ネットワーク上での情報伝搬に関する論文の主張
 - 2.2 本演習で用いた伝搬モデル
 - 2.3 Uncorrelated性とは
 - 2.4 本演習の目的
3. 修正Configurationモデル
4. 実験方法
 - 4.1 計算機実験の方法
 - 4.2 特徴量について
5. 結果
6. 終わりに

5. 結果

5. 結果

• 次数分布

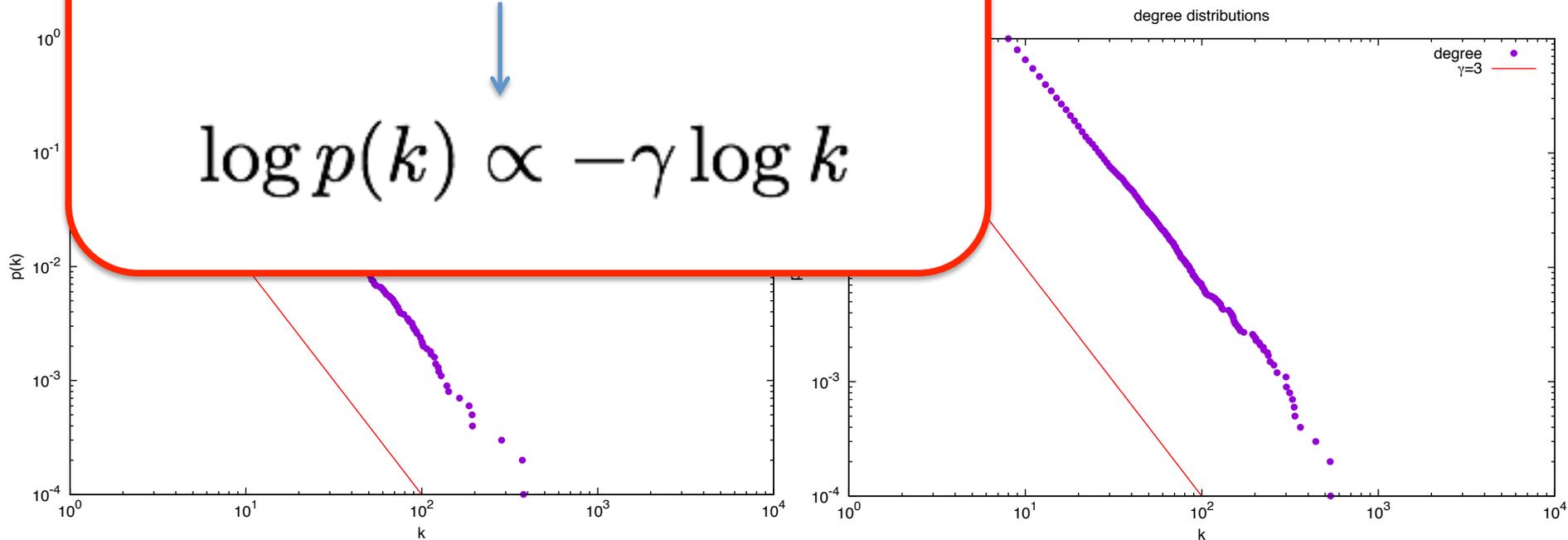
BAモデル

$$p(k) \propto k^{-\gamma}$$



$$\log p(k) \propto -\gamma \log k$$

追加する枝の数 : 8



5. 結果

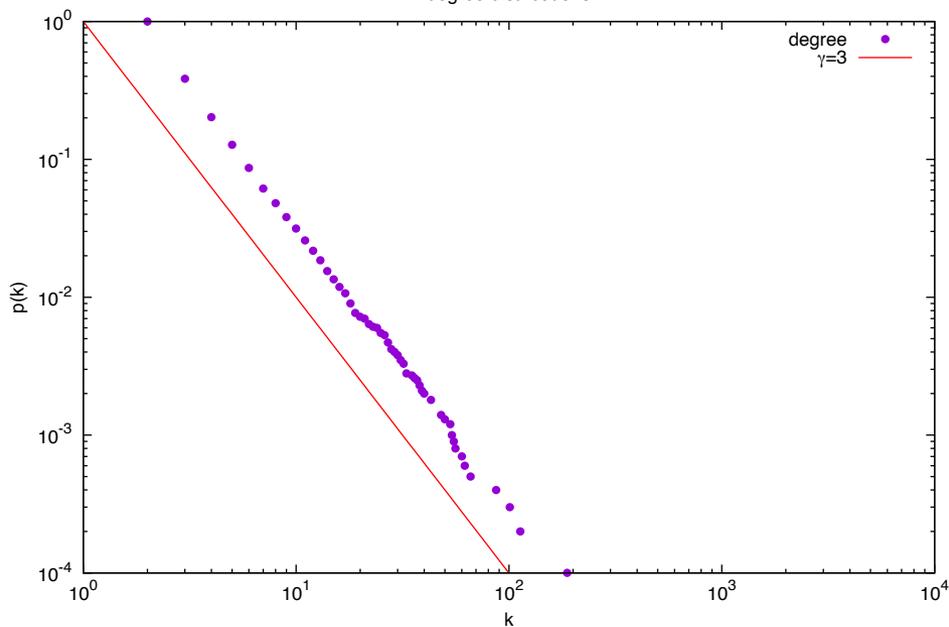
- 次数分布

Configurationモデル(自己ループ・多重辺 無)

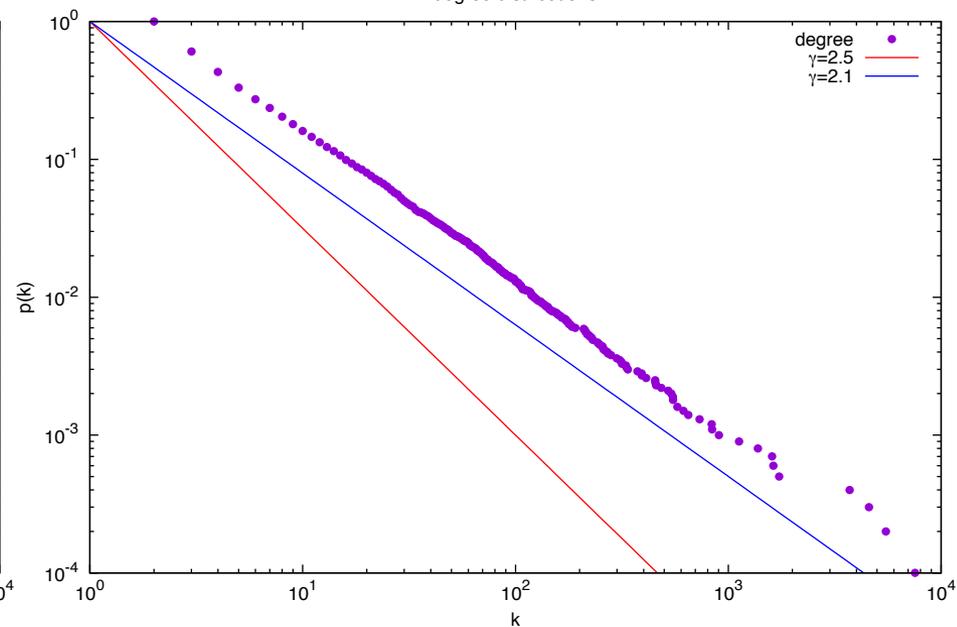
べき指数 : 3

べき指数 : 2.5

degree distributions



degree distributions



5. 結果

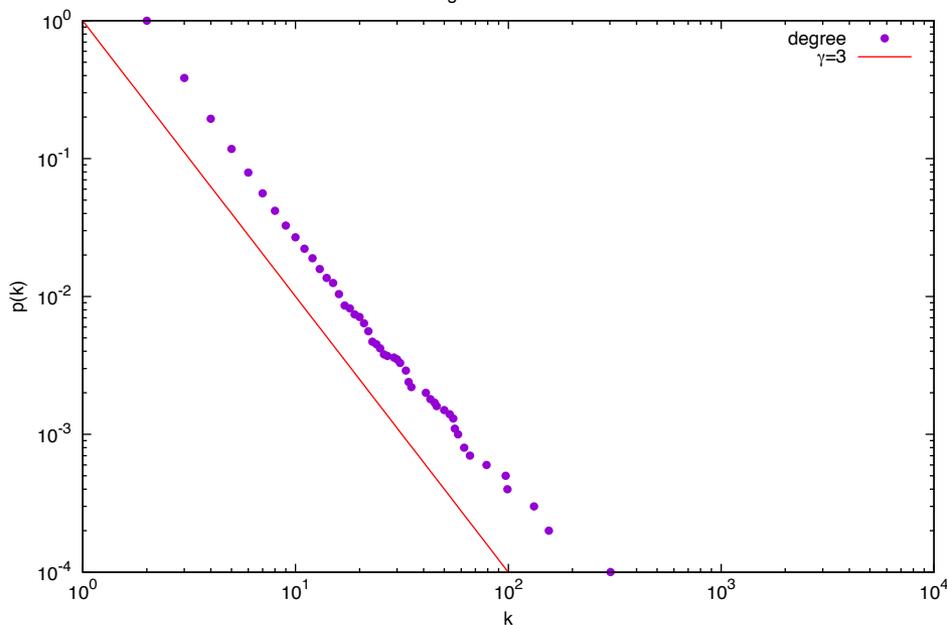
• 次数分布

Configurationモデル(自己ループ・多重辺 有)

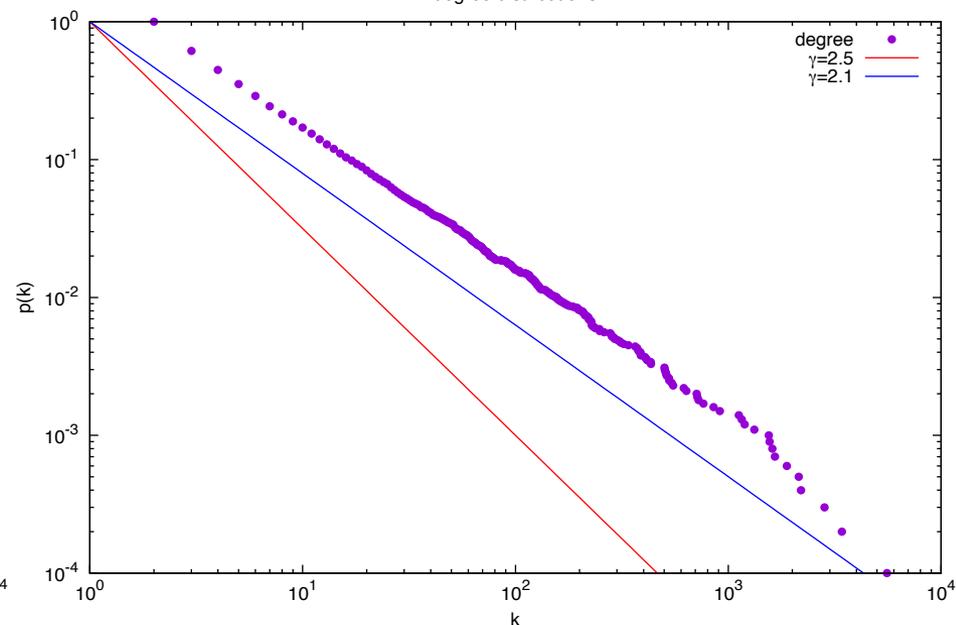
べき指数 : 3

べき指数 : 2.5

degree distributions



degree distributions



5. 結果

- 次数分布

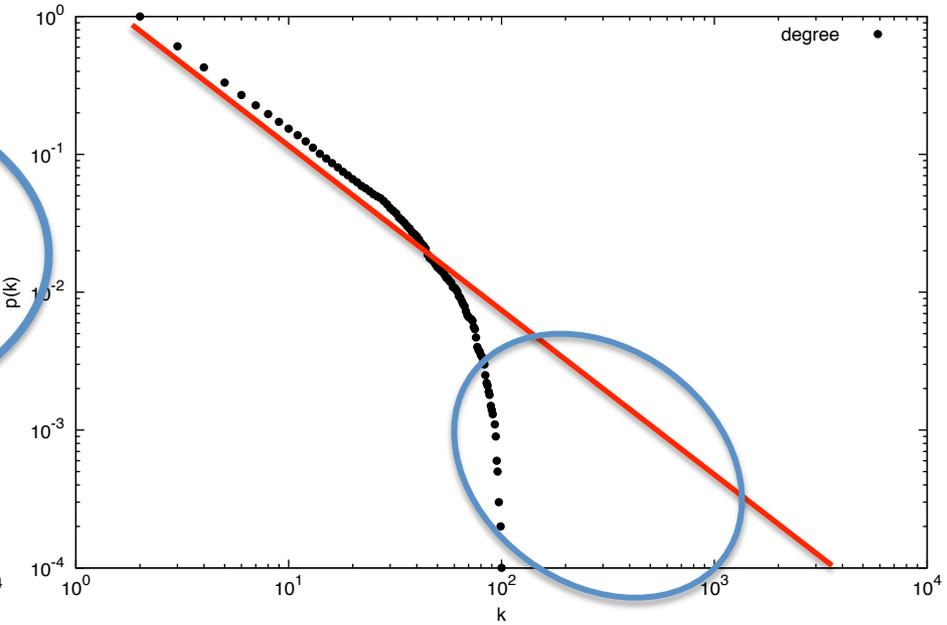
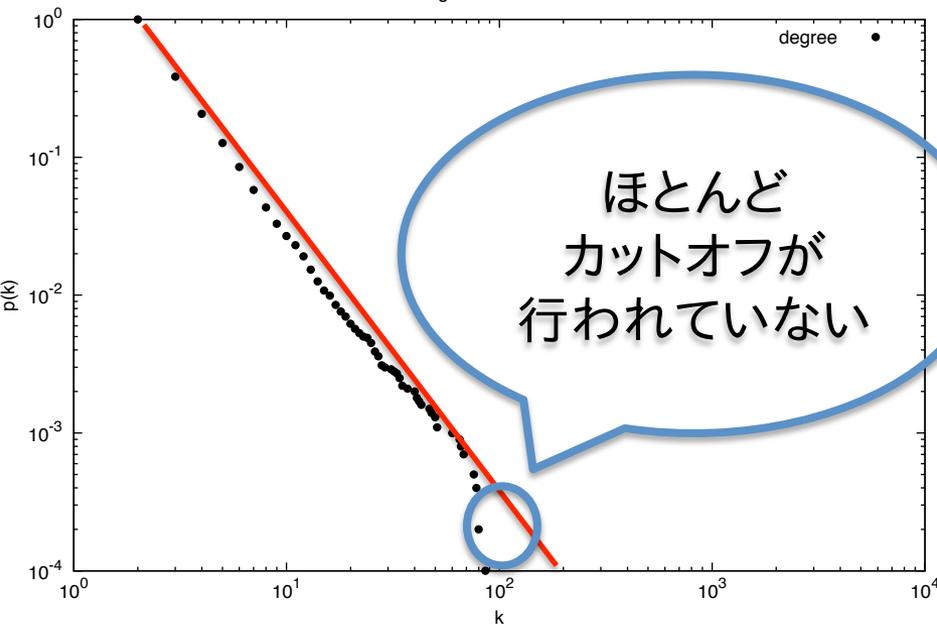
修正Configurationモデル

べき指数 : 3

べき指数 : 2.5

degree distributions

degree distributions



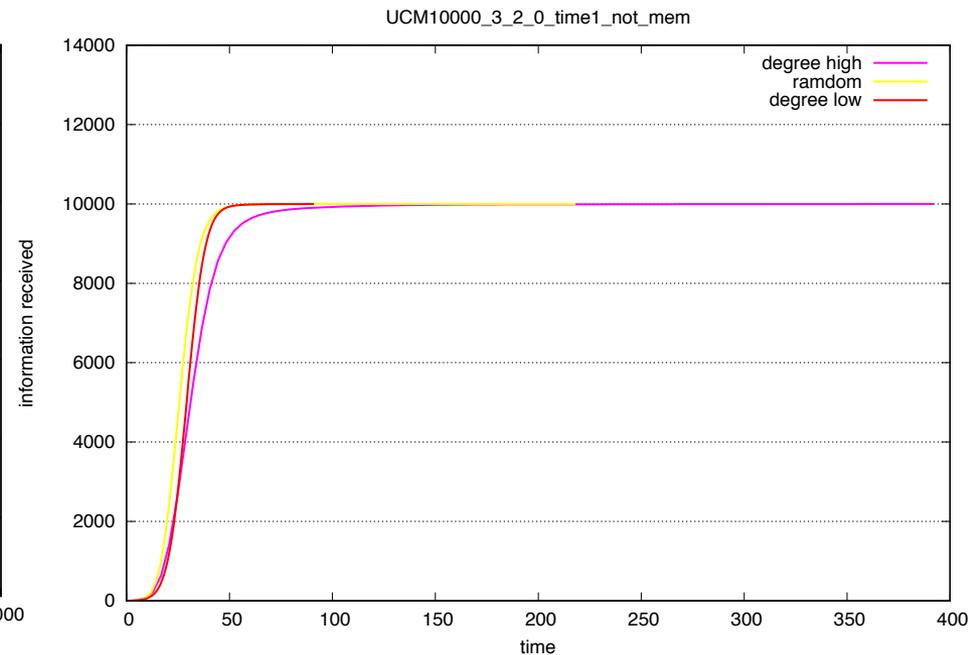
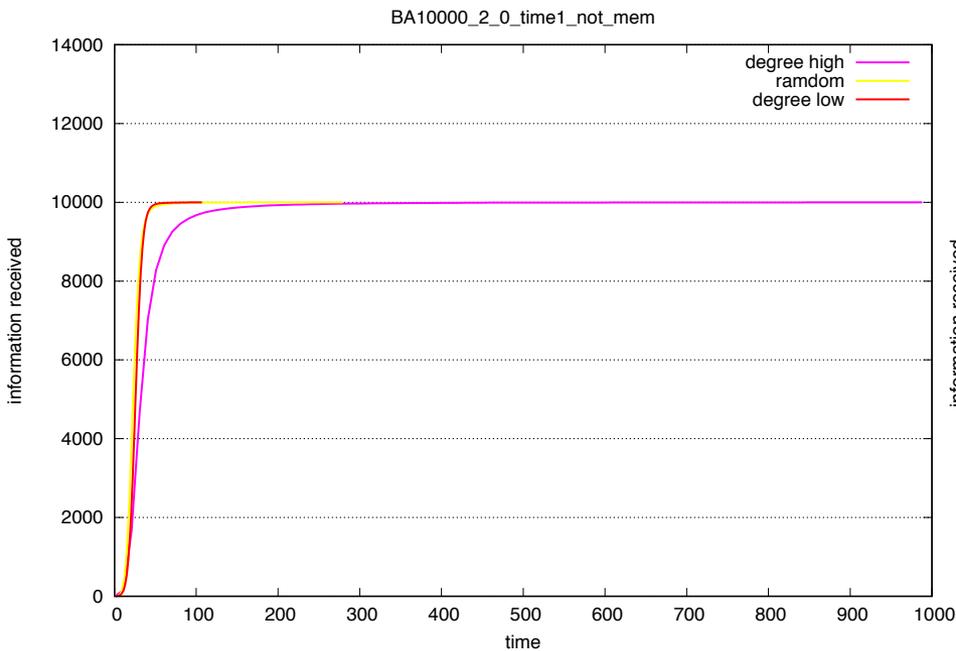
5. 結果

• 伝搬実験結果

BAモデル

追加する枝の数 : 2

修正Configurationモデル



5. 結果

• 伝搬実験結果

	IC最速割合 [%]	IC_平均 ステップ数	平均枝数
BA_1	0	37252	9999
BA_2	83.19	173.10	19997
BA_4	87.58	49.13	39990
BA_6	94.70	34.45	59979
BA_8	97.19	30.05	79964
BA_10	98.59	28.06	99945

IC : 次数の小さい頂点を優先して乱択する戦略

5. 結果

• 伝搬実験結果

	IC最速割合 [%]	IC_平均 ステップ数	平均枝数
CM_2.5	99.68	7827.89	65164.16
CM_2.75	99.40	7136.71	64158.38
CM_3	72.72	326.19	15997.69
CM_al_2.5	100.00	2245.34	68382.97
CM_al_2.75	100.00	2156.15	70610.27
CM_al_3	73.39	148.55	18868.63
修正CM_2.5	99.96	87.39	33018.12
修正CM_2.75	99.97	87.15	33011.92
修正CM_3	73.07	87.72	15736.82

al → allow loop

IC : 次数の小さい頂点を優先的に乱択する戦略

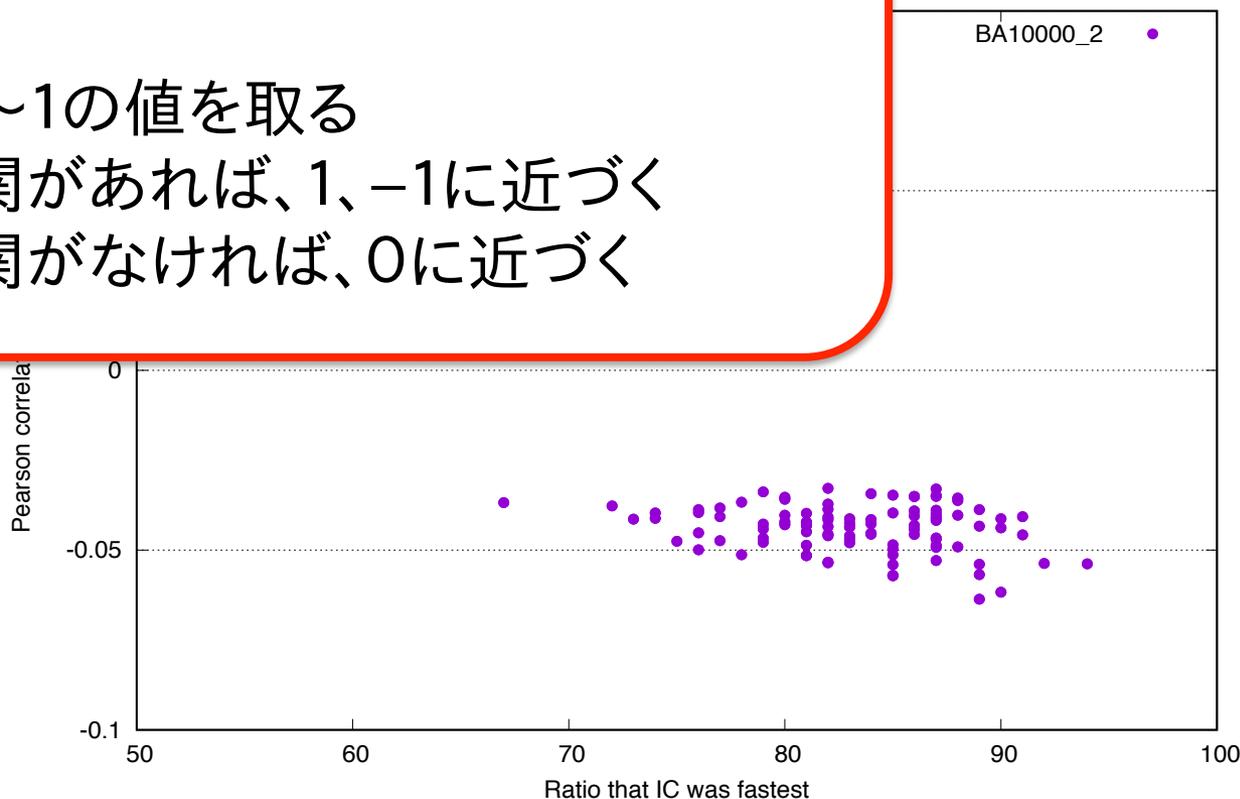
5. 結果

• ピアソンの積率相関係数

BAモデル

ピアソンの積率相関係数

- $-1 \sim 1$ の値を取る
- 相関があれば、 1 、 -1 に近づく
- 相関がなければ、 0 に近づく

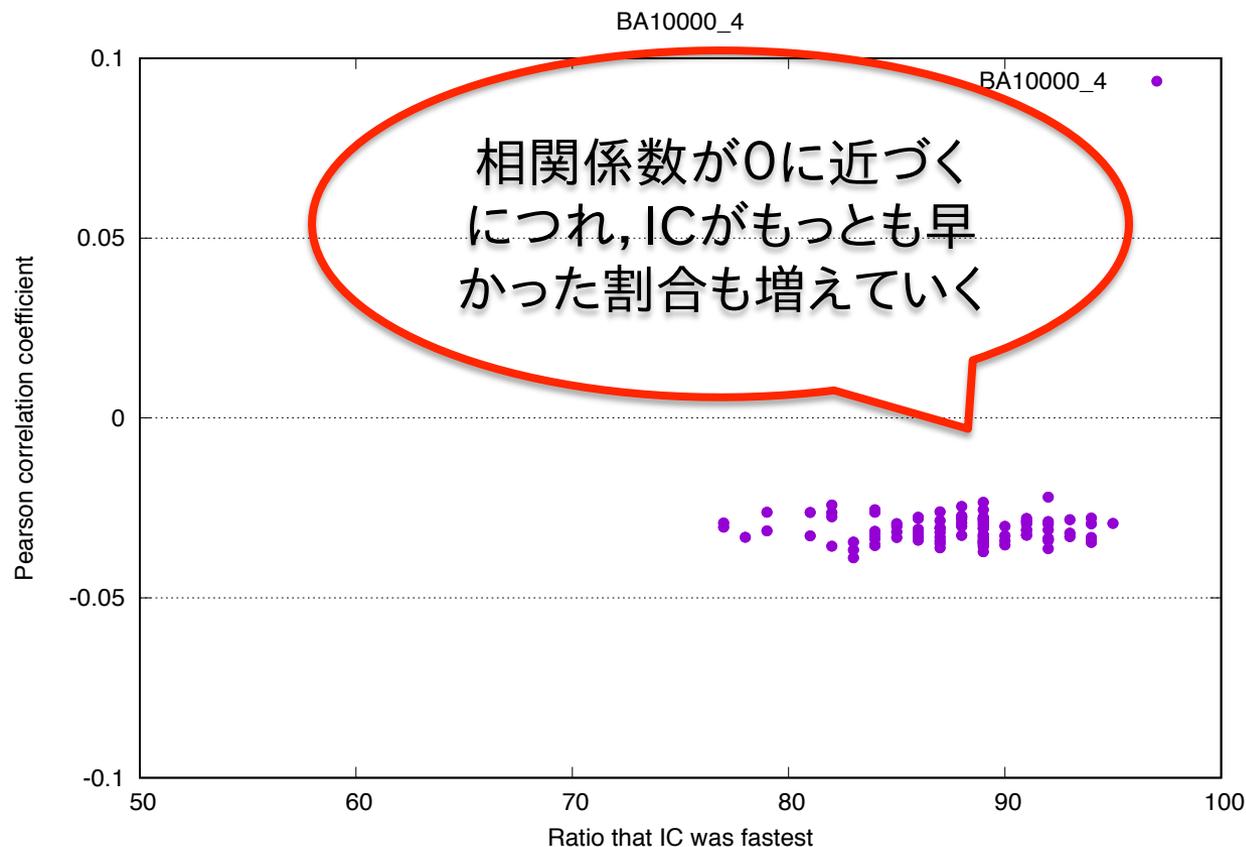


5. 結果

• ピアソンの積率相関係数

BAモデル

追加する枝の数：4

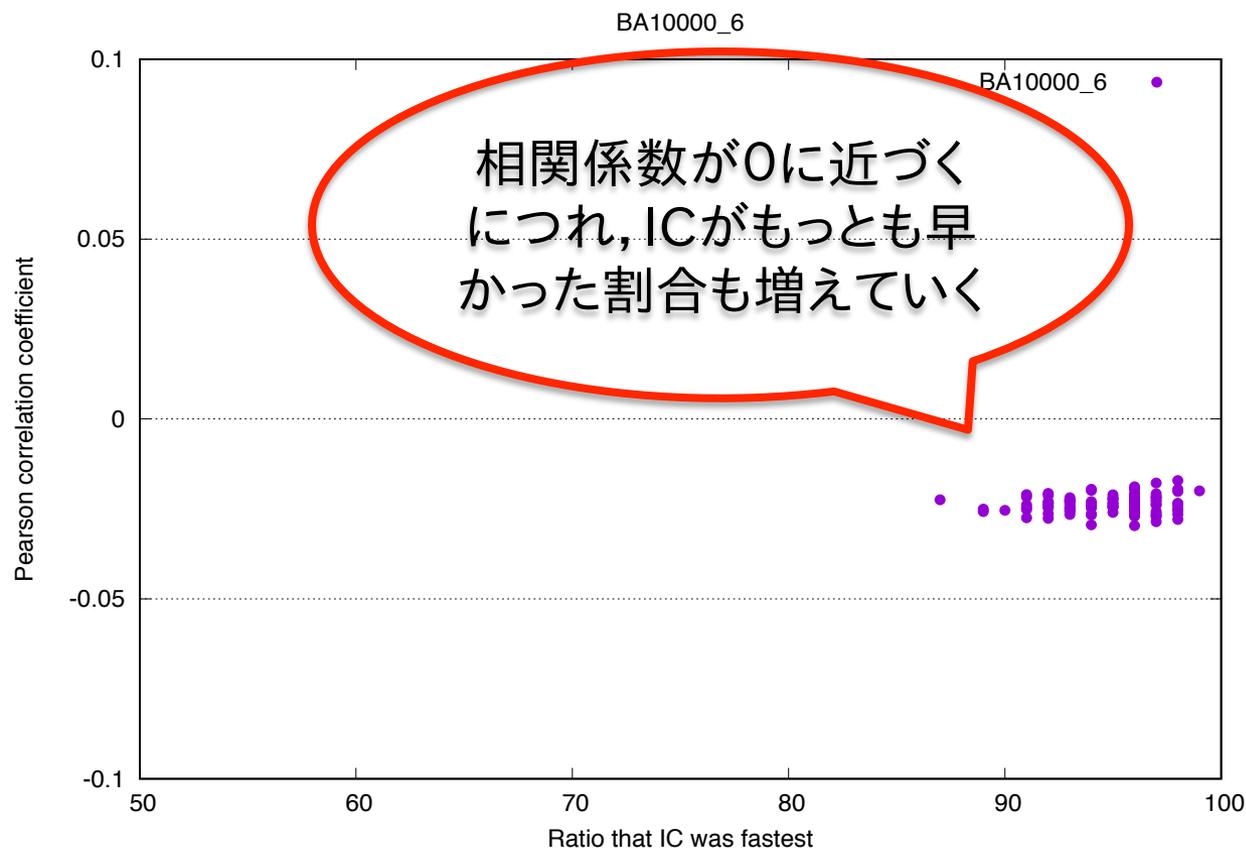


5. 結果

• ピアソンの積率相関係数

BAモデル

追加する枝の数：6

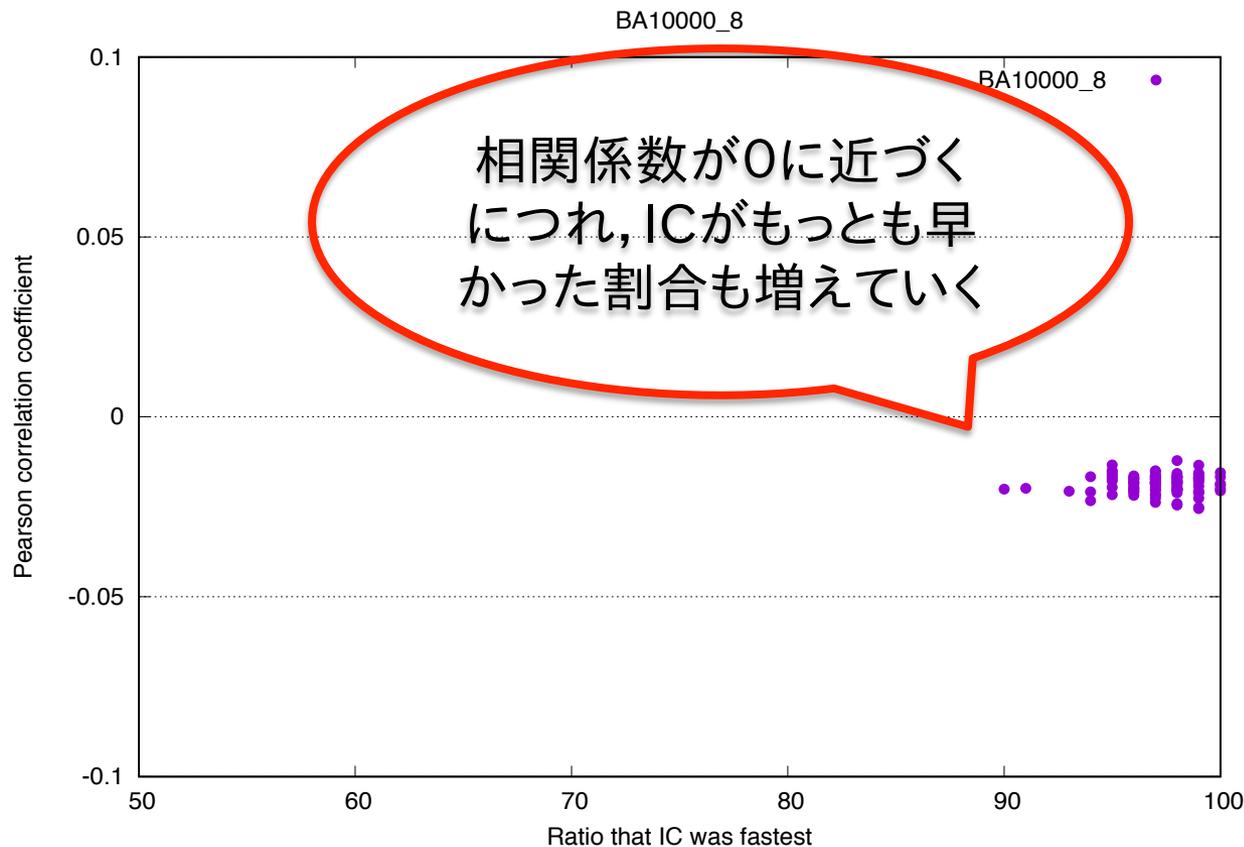


5. 結果

• ピアソンの積率相関係数

BAモデル

追加する枝の数：8

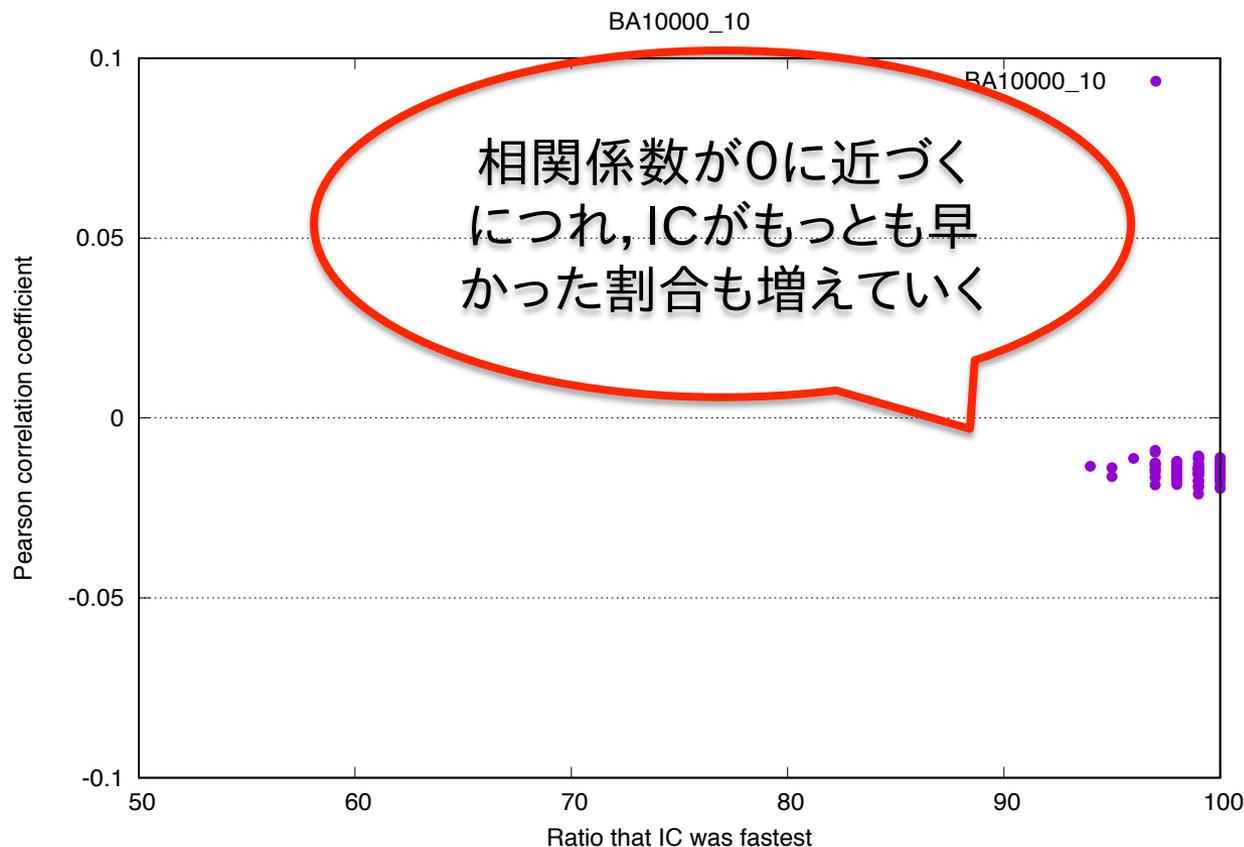


5. 結果

• ピアソンの積率相関係数

BAモデル

追加する枝の数：10



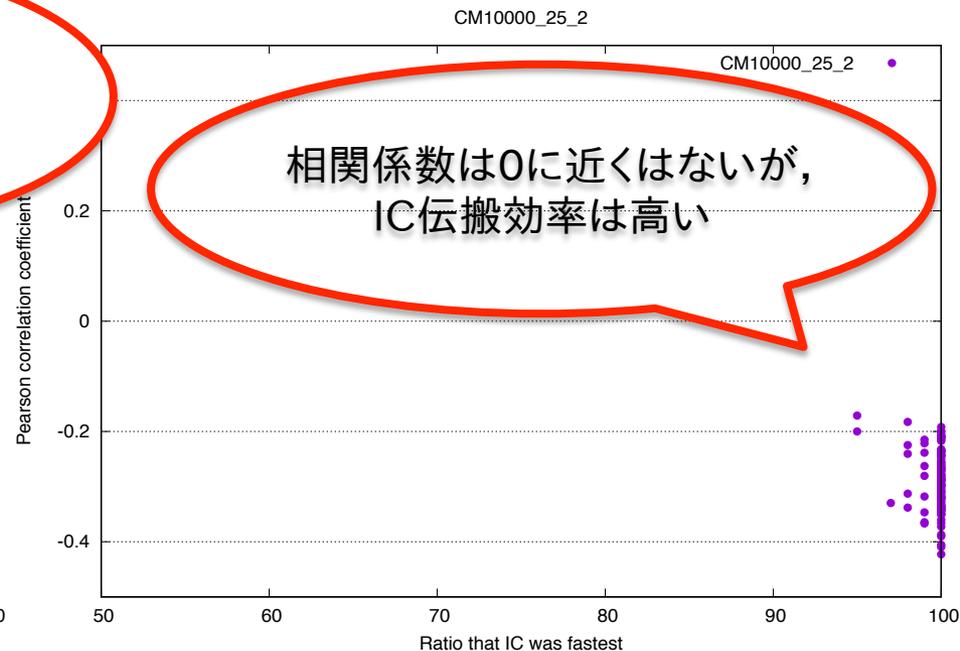
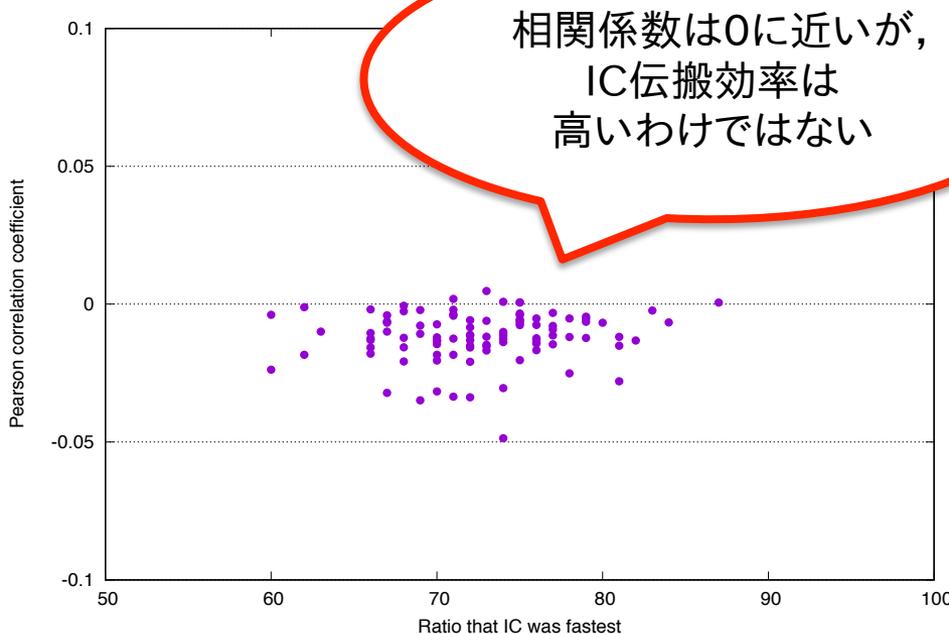
5. 結果

• ピアソンの積率相関係数

Configurationモデル(自己ループ・多重辺 無)

べき指数 : 3

べき指数 : 2.5



5. 結果

• ピアソンの積率相関係数

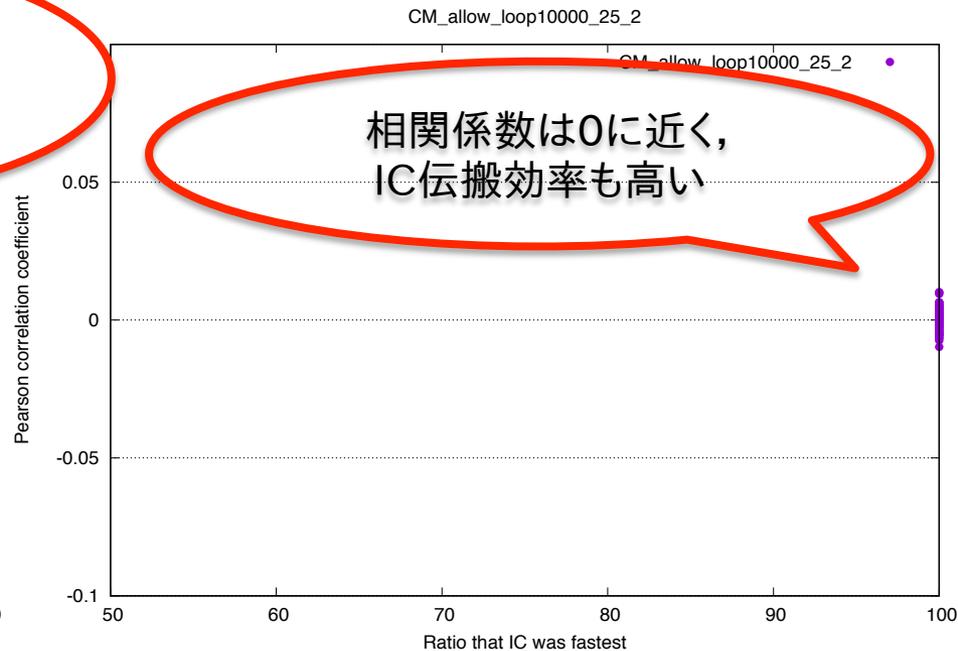
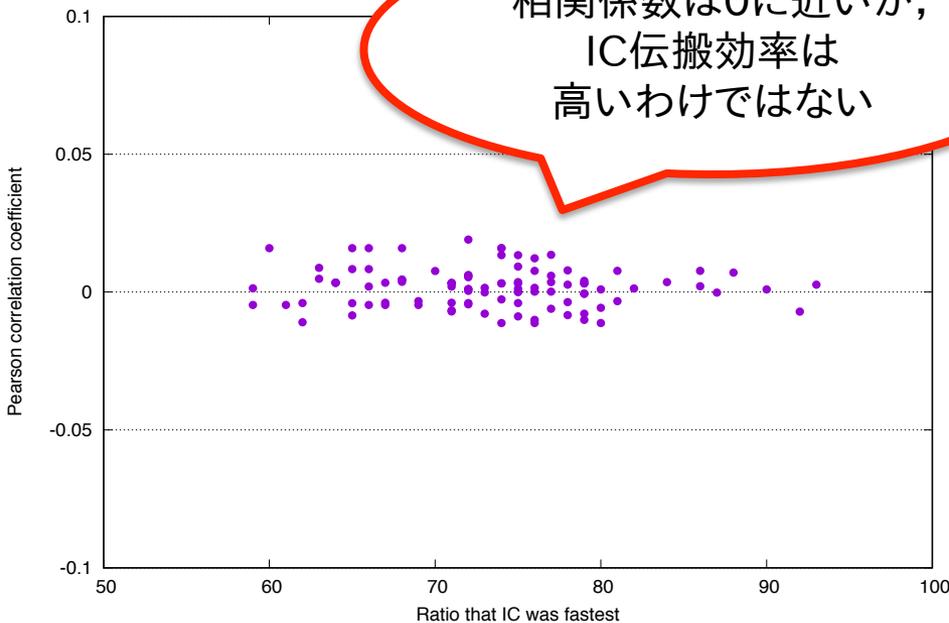
Configurationモデル(自己ループ・多重辺 有)

べき指数 : 3

べき指数 : 2.5

相関係数は0に近いが、
IC伝搬効率は
高いわけではない

相関係数は0に近く、
IC伝搬効率も高い



5. 結果

• ピアソンの積率相関係数

修正Configurationモデル

べき指数 : 3

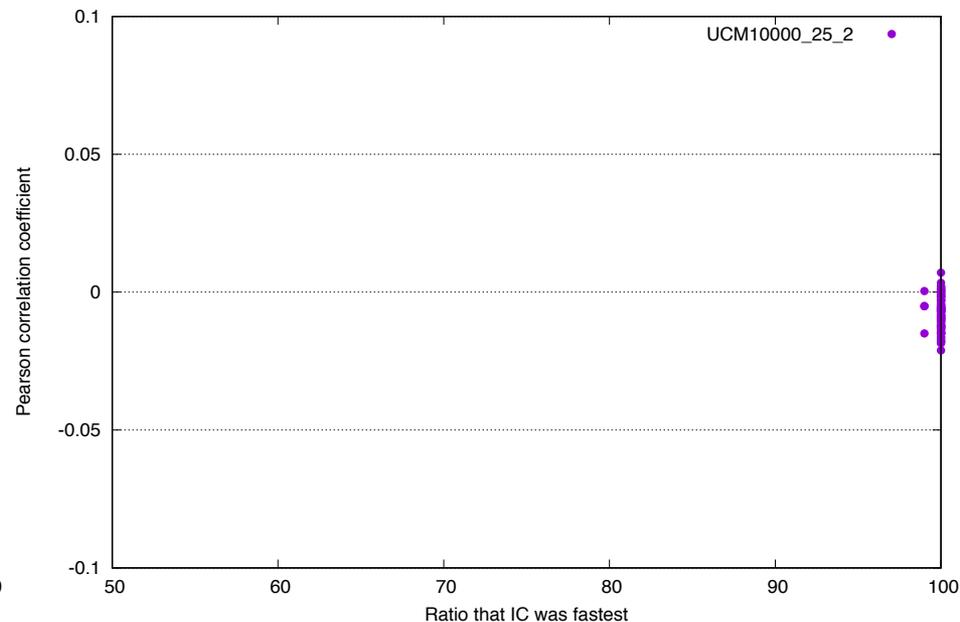
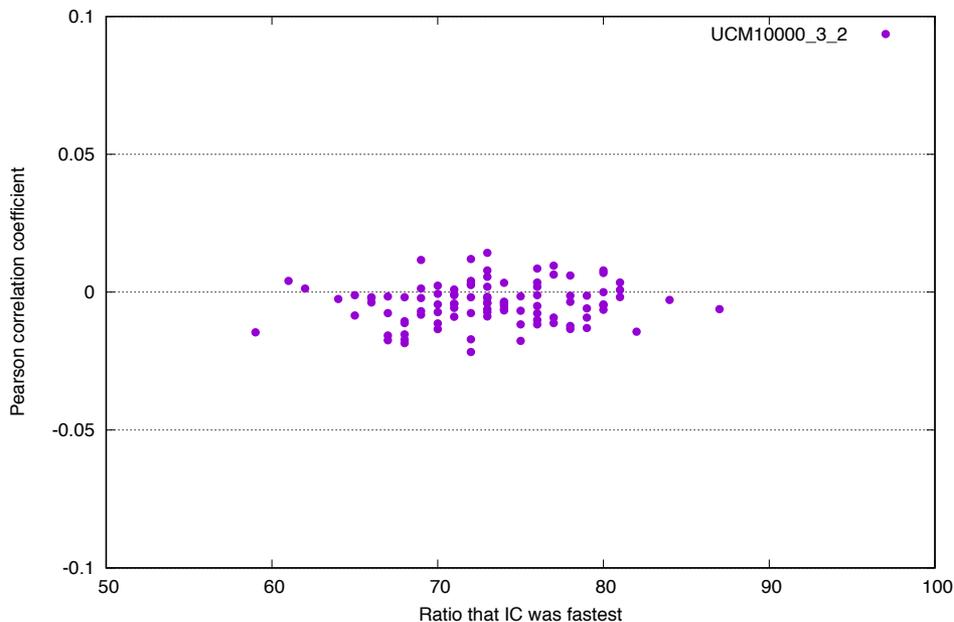
べき指数 : 2.5

UCM10000_3_2

UCM10000_25_2

UCM10000_3_2

UCM10000_25_2



5. 結果

• 実験結果まとめ

- BAモデルの次数分布はべき指数が3くらいのべき則に従う
- ConfigurationモデルとBAモデルの特徴量の比較
 - 目立った違いは見られなかった
- Configurationモデルで生成したネットワーク
 - スケールフリー性を十分満たしている
 - べき指数:3 → 次数の少ない頂点を優先させる戦略の効率が悪い
- 修正Configurationモデルで生成したネットワーク
 - スケールフリー性を十分満たしている
 - べき指数:3 → 大きい次数のカットオフがほぼ行われていない

目次

1. 複雑ネットワーク
2. 背景・目的
 - 2.1 ネットワーク上での情報伝搬に関する論文の主張
 - 2.2 本演習で用いた伝搬モデル
 - 2.3 Uncorrelated性とは
 - 2.4 本演習の目的
3. 修正Configurationモデル
4. 実験方法
 - 4.1 計算機実験の方法
 - 4.2 特徴量について
5. 結果・考察
6. 終わりに

6. 終わりに

6. 終わりに

- 考察

- Configurationモデルにおいて、べき指数3で生成したネットワークはUncorrelated性が損なわれている
- 修正Configurationモデルで、十分カットオフが出来ていないことがUncorrelated性に影響する可能性



IC : 次数の小さい頂点を優先的に乱択する戦略

6. 終わりに

- 今後の課題

- 修正Configurationモデルでどこでカットオフ行うのが適切なかの検討
- BA・Configurationモデル以外のスケールフリーネットワーク生成モデルでも実験
- 次数ごとの隣接点次数分布の調査
- Configurationモデルにおいてべき指数が大きいとUncorrelated性が損なわれる原因の探求

本演習におけるUncorrelatedネットワーク

- 情報伝搬先として選択される確率

a : 情報を持っている頂点

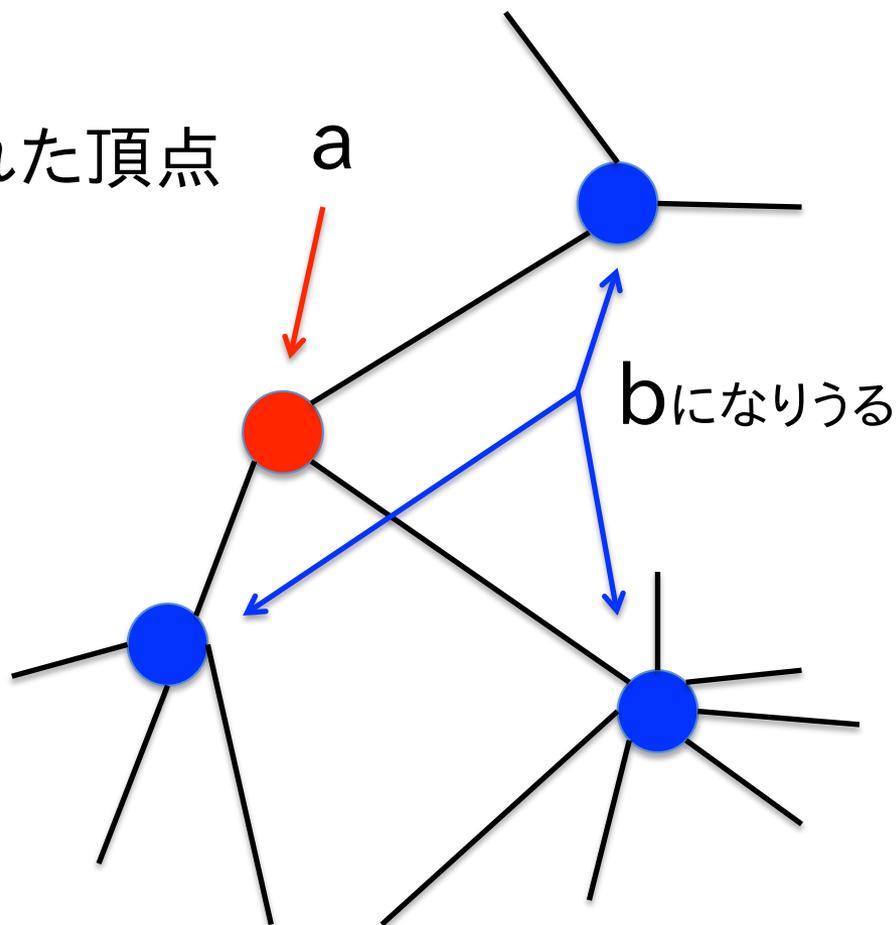
b : 情報伝搬先として選択された頂点

bがaの情報伝搬先として
選択される確率

$$q(b; a) = q(b|a)$$

aがソースノードとして

選択された時の条件付き確率

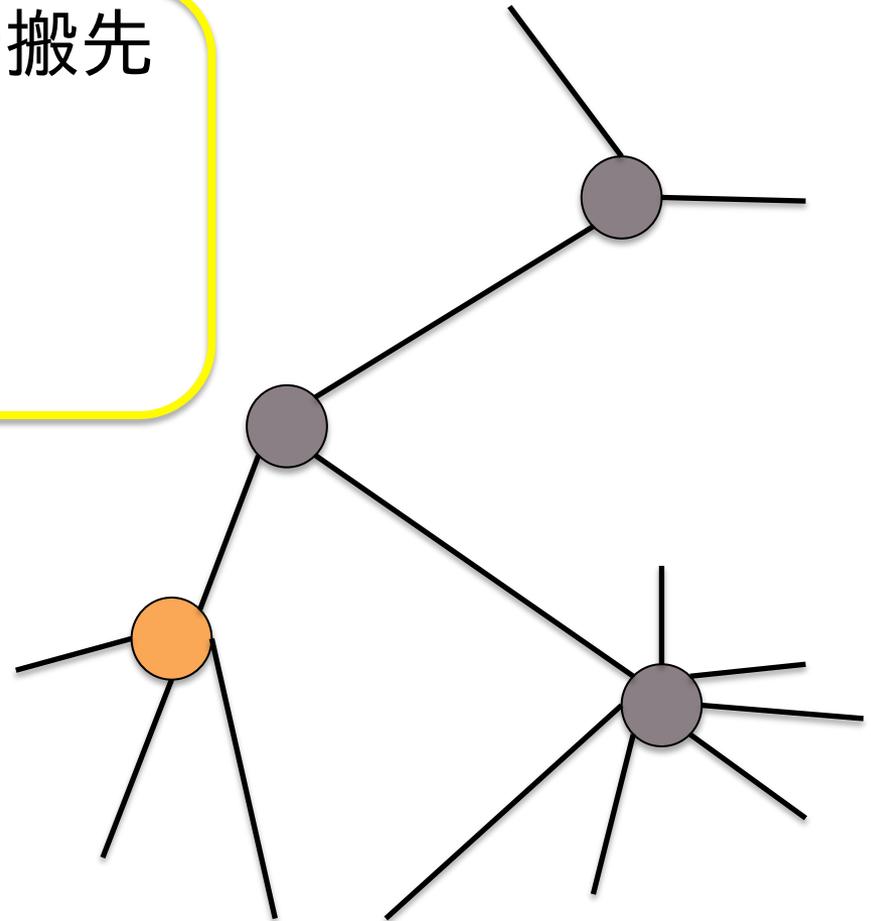


本演習におけるUncorrelatedネットワーク

- 情報伝搬先として選択される確率

全ての頂点の中から情報伝搬先として b が選択される確率

$$q_b$$



本演習におけるUncorrelatedネットワーク

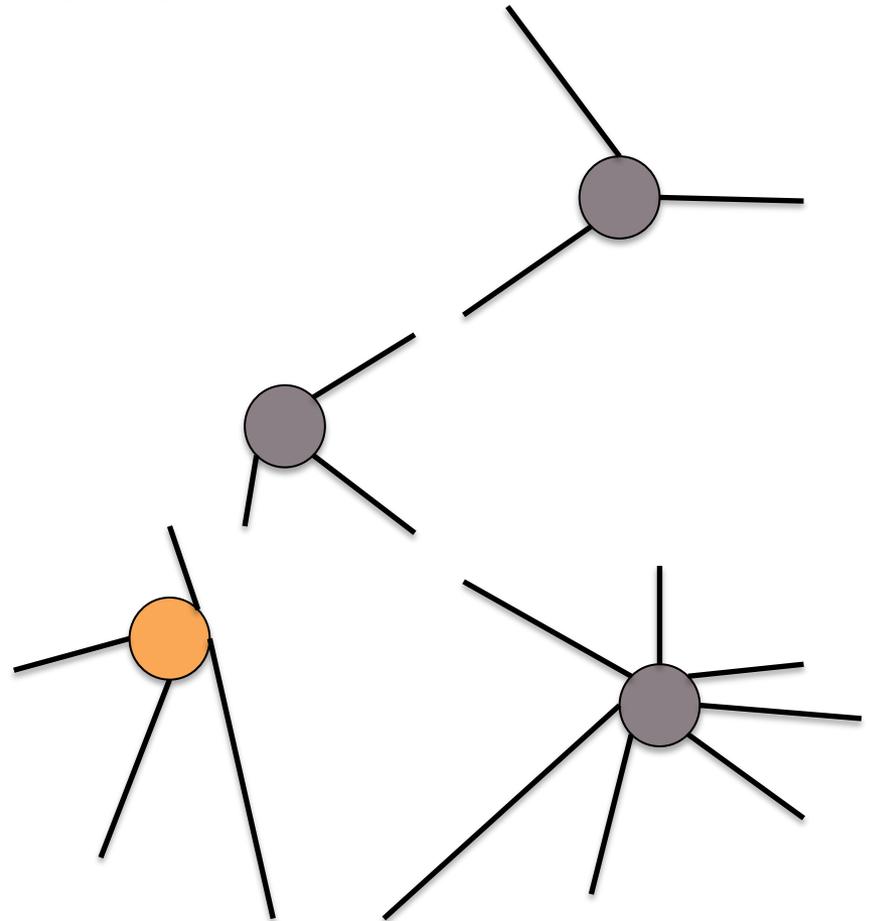
- 情報伝搬先として選択される確率

真のUncorrelatedネットワークでは

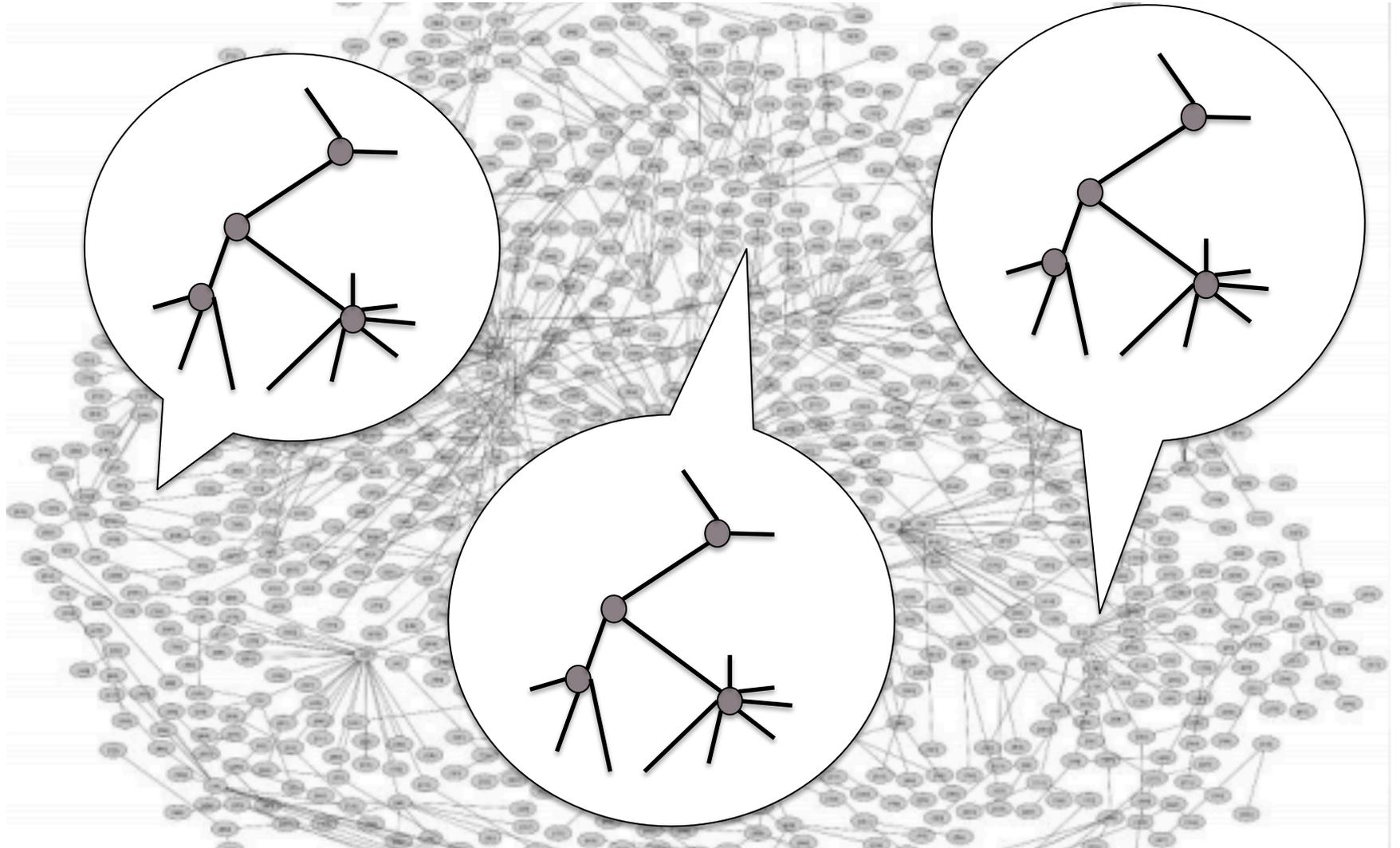
$$q(b; a) = q(b|a)$$

≈ 近似が成り立つ

q_b



Uncorrelatedネットワーク



Uncorrelatedネットワーク

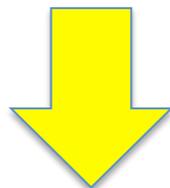
本演習におけるUncorrelatedネットワーク

- 本演習の背景となっている論文
 - ターゲットノード(情報伝搬先の頂点)を選択する際の確率を, 近似したもので証明
 - この近似が成り立つネットワークでなければ論文の証明は成り立たない

Uncorrelatedネットワーク

本演習におけるUncorrelatedネットワーク

- 本演習においては
 - 「ネットワークがUncorrelatedである」



- この近似が成り立つということである

$$q(b; a) \approx q_b$$

情報伝搬先として選択される確率

$$q(b; a) = \frac{w_b}{\sum_{i=1}^{k_a} w_{a_i}}$$

$$q_b = \frac{k_b w_b}{\sum_{j=1}^n k_j w_j}$$

- w_i は頂点 i の重み
- k_i は頂点 i の次数
- a_i は頂点 a の隣接頂点の i 番目

Pearson correlation coefficient

- ピアソンの積率相関係数
- $-1 \sim 1$ の値を取り、
 - 相関が強ければ、 1 、 -1 に近づき
 - 相関が弱ければ、 0 に近づく

$$r = \frac{\text{共分散}}{\text{標準偏差の積}}$$

Pearson correlation coefficient

$$r = \frac{\text{共分散}}{\text{標準偏差の積}} = \frac{\text{Cov}(K, K')}{\sigma_K \sigma_{K'}} \\ = \frac{E[KK'] - \langle K \rangle \langle K' \rangle}{\sqrt{\langle K^2 \rangle - \langle K \rangle^2} \sqrt{\langle K'^2 \rangle - \langle K' \rangle^2}}$$

残り次数 $K = k - 1$, $\langle K \rangle$ を K の平均とする

BA モデル

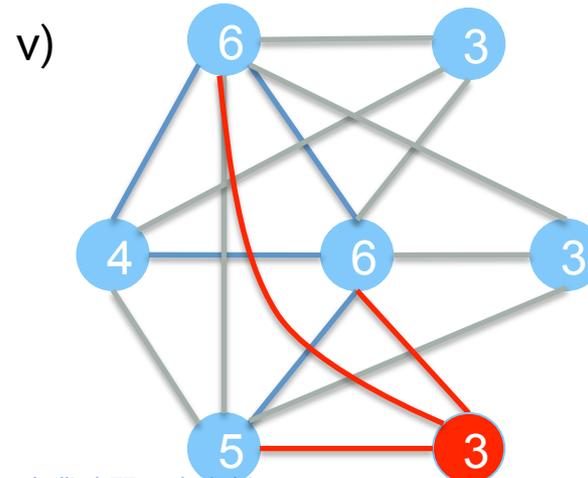
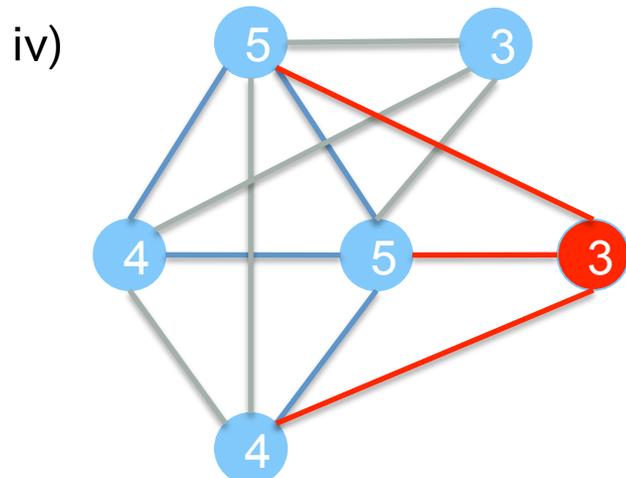
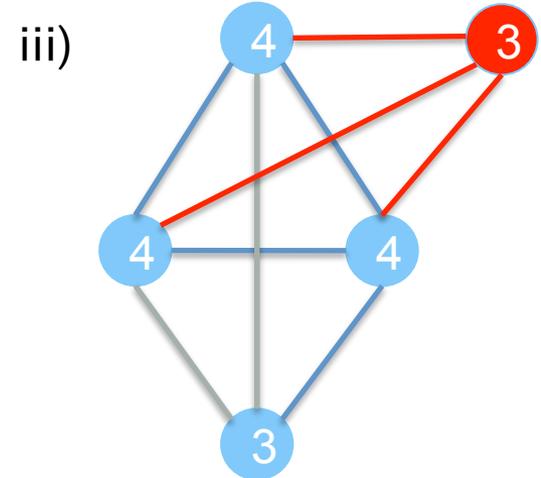
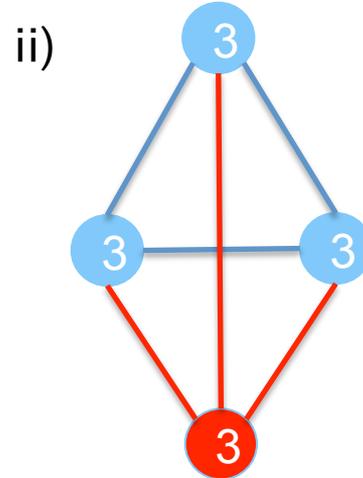
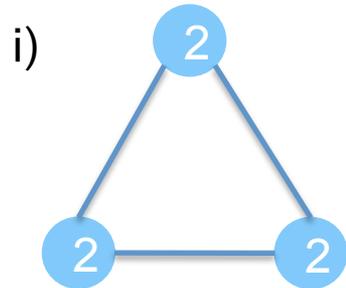
- スケールフリーネットワークの生成モデル
- Barabasi と Albert によって提案
- BA モデルの鍵
 - ネットワークの成長
 - 優先的選択

BA モデルのアルゴリズム

1. $t = 0$ で $m > 1$ 個の頂点の完全グラフを配置
2. $t = 1, \dots, n$ で定数 m 本の辺を持つ頂点を1つ追加
 - 頂点が N 個あり, 既存の頂点 v_i ($1 \leq i \leq N$) の次数を k_i とするとき, 新しい辺のそれぞれが v_i に結びつく確率を次のように定める

- $$\prod(k_i) = \frac{k_i}{\sum_{j=1}^N k_j}$$
3. 頂点数が N になるまで, ステップ2を繰り返す

BA モデルの作り方



$$m_0 = 3$$
$$m = 3$$

